

INTERVALOS DE CONFIANZA MÁS RELEVANTES

INTERVALO DE CONFIANZA DE LA **MEDIA** (POBLACIONAL) μ DE UNA VARIABLE **NORMAL** CON **VARIANZA CONOCIDA** σ_0^2 Y COEFICIENTE DE CONFIANZA $1 - \alpha$

❶ Estadístico: $\frac{\overline{X}_n - \mu}{\sigma_0/\sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$

❷ Intervalo para el estadístico:

$$P\left(-\lambda_\alpha \leq \frac{\overline{X}_n - \mu}{\sigma_0/\sqrt{n}} \leq \lambda_\alpha\right) = 1 - \alpha \Leftrightarrow \Phi(\lambda_\alpha) - \Phi(-\lambda_\alpha) = 1 - \alpha \Leftrightarrow 2\Phi(\lambda_\alpha) - 1 = 1 - \alpha \Leftrightarrow \Phi(\lambda_\alpha) = 1 - \frac{\alpha}{2} \text{ (tablas)}$$

❸ Intervalo aleatorio de la media poblacional:

$$1 - \alpha = P\left(-\lambda_\alpha \leq \frac{\overline{X}_n - \mu}{\sigma_0/\sqrt{n}} \leq \lambda_\alpha\right) = P\left(\overline{X}_n - \lambda_\alpha \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \overline{X}_n + \lambda_\alpha \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}\right)$$

❹ Intervalo de confianza de μ para la muestra de observaciones (x_1, \dots, x_n) (si \bar{x} = valor de \overline{X}_n para esa muestra de observaciones):

$$\left[\bar{x} - \lambda_\alpha \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \lambda_\alpha \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \right]$$

INTERVALO DE CONFIANZA DE LA **MEDIA** (POBLACIONAL) μ DE UNA VARIABLE **NORMAL** CON **VARIANZA DESCONOCIDA** Y COEFICIENTE DE CONFIANZA $1 - \alpha$

❶ Estadístico: $\frac{\overline{X}_n - \mu}{\widehat{S}_n / \sqrt{n}} \rightsquigarrow t_{n-1}$

❷ Intervalo para el estadístico: $P\left(-t_\alpha \leq \frac{\overline{X}_n - \mu}{\widehat{S}_n / \sqrt{n}} \leq t_\alpha\right) = 1 - \alpha$ con $t_\alpha = F_{t_{n-1}}^{-1}(1 - \alpha/2)$ (tablas)

❸ Intervalo aleatorio de la media poblacional:

$$1 - \alpha = P\left(-t_\alpha \leq \frac{\overline{X}_n - \mu}{\widehat{S}_n / \sqrt{n}} \leq t_\alpha\right) = P\left(\overline{X}_n - t_\alpha \frac{\widehat{S}_n}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \overline{X}_n + t_\alpha \frac{\widehat{S}_n}{\sqrt{n}}\right)$$

❹ Intervalo de confianza de μ para la muestra de observaciones (x_1, \dots, x_n) (\widehat{s} = valor de \widehat{S}_n para esa muestra de observaciones):

$$\left[\bar{x} - t_\alpha \frac{\widehat{s}}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_\alpha \frac{\widehat{s}}{\sqrt{n}} \right]$$

INTERVALO DE CONFIANZA DE LA **MEDIA** (POBLACIONAL) μ DE UNA VARIABLE **NO-NORMAL** CON **VARIANZA CONOCIDA** σ_0^2 Y COEFICIENTE DE CONFIANZA $1 - \alpha$ (SUPUESTO $n \geq 30$)

❶ Estadístico: $\frac{\overline{\mathbf{X}_n} - \mu}{\sigma_0/\sqrt{n}} \rightsquigarrow \text{aprox. } \mathcal{N}(0, 1)$

❷ Intervalo (aproximado) para el estadístico:

$$P\left(-\lambda_\alpha \leq \frac{\overline{\mathbf{X}_n} - \mu}{\sigma_0/\sqrt{n}} \leq \lambda_\alpha\right) = 1 - \alpha \Leftrightarrow \Phi(\lambda_\alpha) - \Phi(-\lambda_\alpha) \simeq 1 - \alpha \Leftrightarrow \Phi(\lambda_\alpha) \simeq 1 - \frac{\alpha}{2} \text{ (tablas)}$$

❸ Intervalo aleatorio (aproximado) de la media poblacional:

$$1 - \alpha \simeq P\left(-\lambda_\alpha \leq \frac{\overline{\mathbf{X}_n} - \mu}{\sigma_0/\sqrt{n}} \leq \lambda_\alpha\right) = \left(\overline{\mathbf{X}_n} - \lambda_\alpha \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \overline{\mathbf{X}_n} + \lambda_\alpha \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}\right)$$

❹ Intervalo de confianza (aproximado) de μ la media poblacional para la muestra de observaciones (x_1, \dots, x_n)

$$\left[\bar{x} - \lambda_\alpha \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \lambda_\alpha \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}\right]$$

INTERVALO DE CONFIANZA DE LA PROPORCIÓN (POBLACIONAL) p DE INDIVIDUOS CON CIERTA PROPIEDAD Y COEFICIENTE DE CONFIANZA $1 - \alpha$ (SUPUESTO $n \gg 30$)

❶ Estadístico: $\frac{\hat{\mathbf{P}} - p}{\sqrt{p(1-p)/n}} \rightsquigarrow^{\text{aprox.}} \mathcal{N}(0, 1)$ y $\frac{\hat{\mathbf{P}} - p}{\sqrt{\hat{\mathbf{P}}(1-\hat{\mathbf{P}})/n}} \rightsquigarrow^{\text{aprox.}'} \mathcal{N}(0, 1)$ con $\hat{\mathbf{P}}$ = proporción muestral de individuos

❷ Intervalo (aproximado) para el estadístico:

$$P \left(-\lambda_{\alpha} \leq \frac{\hat{\mathbf{P}} - p}{\sqrt{\hat{\mathbf{P}}(1-\hat{\mathbf{P}})/n}} \leq \lambda_{\alpha} \right) = 1 - \alpha \Leftrightarrow \Phi(\lambda_{\alpha}) \simeq 1 - \frac{\alpha}{2} \text{ (tablas)}$$

(También se podría utilizar el otro estadístico, pero la resolución de las inecuaciones sería más complicada)

❸ Intervalo aleatorio (aproximado) de la proporción poblacional:

$$1 - \alpha \simeq P \left(-\lambda_{\alpha} \leq \frac{\hat{\mathbf{P}} - p}{\sqrt{\hat{\mathbf{P}}(1-\hat{\mathbf{P}})/n}} \leq \lambda_{\alpha} \right) = P \left(\hat{\mathbf{P}} - \lambda_{\alpha} \sqrt{\frac{\hat{\mathbf{P}}(1-\hat{\mathbf{P}})}{n}} \leq p \leq \hat{\mathbf{P}} + \lambda_{\alpha} \sqrt{\frac{\hat{\mathbf{P}}(1-\hat{\mathbf{P}})}{n}} \right)$$

❹ Intervalo de confianza (aproximado) de p para la muestra de observaciones (\hat{p} = valor de $\hat{\mathbf{P}}$ para esa muestra de observaciones):

$$\left[\hat{p} - \lambda_{\alpha} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + \lambda_{\alpha} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

INTERVALO DE CONFIANZA DE LA **VARIANZA** (POBLACIONAL) σ^2 DE UNA VARIABLE **NORMAL** Y COEFICIENTE DE CONFIANZA $1 - \alpha$

❶ Estadístico: $\frac{n \mathbf{S}_n^2}{\sigma^2} = \frac{(n-1) \widehat{\mathbf{S}}_n^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi_{n-1}^2$

❷ Intervalo para el estadístico: $P\left(a_\alpha \leq \frac{n \mathbf{S}_n^2}{\sigma^2} \leq b_\alpha\right)$ con $P\left(\frac{n \mathbf{S}_n^2}{\sigma^2} < a_\alpha\right) = \frac{\alpha}{2}$ y $P\left(\frac{n \mathbf{S}_n^2}{\sigma^2} > b_\alpha\right) = \frac{\alpha}{2}$

$$\Leftrightarrow a_\alpha = F_{\chi_{n-1}^2}(\alpha/2), b_\alpha = F_{\chi_{n-1}^2}(1 - \alpha/2) \text{ (tablas)}$$

❸ Intervalo aleatorio de la varianza poblacional:

$$1 - \alpha = P\left(a_\alpha \leq \frac{n \mathbf{S}_n^2}{\sigma^2} \leq b_\alpha\right) = P\left(\frac{n \mathbf{S}_n^2}{b_\alpha} \leq \sigma^2 \leq \frac{n \mathbf{S}_n^2}{a_\alpha}\right)$$

❹ Intervalo de confianza de σ^2 para la muestra de observaciones (x_1, \dots, x_n) (si s^2 = valor de \mathbf{S}_n^2 para esa muestra de observaciones):

$$\left[\frac{n}{b_\alpha} s^2, \frac{n}{a_\alpha} s^2 \right]$$

\Rightarrow Intervalo de confianza de σ para la muestra de observaciones (x_1, \dots, x_n) :

$$\left[\sqrt{\frac{n}{b_\alpha}} s, \sqrt{\frac{n}{a_\alpha}} s \right]$$

TESTS DE HIPÓTESIS MÁS USUALES

CONTRASTES SOBRE LA **MEDIA** μ DE UNA VARIABLE **NORMAL** CON **VARIANZA CONOCIDA** σ_0^2
Y NIVEL DE SIGNIFICACIÓN α

i) $H_0 : \mu = \mu_0, \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$

ii) $H_0 : \mu \leq \mu_0, \quad H_1 : \mu > \mu_0$

iii) $H_0 : \mu \geq \mu_0, \quad H_1 : \mu < \mu_0$

❶ Estadístico del contraste: $T(X_1, \dots, X_n) = \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}\left(\frac{\mu - \mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}, 1\right)$

❷ Regiones críticas:

$$RC_i = \left((x_1, \dots, x_n) \left| \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}} \right| > \lambda_{\alpha/2} \right) \quad RC_{ii} = \left((x_1, \dots, x_n) \left| \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}} \right| > \lambda_\alpha \right) \quad RC_{iii} = \left((x_1, \dots, x_n) \left| \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}} \right| < \lambda_\alpha \right)$$

con $\lambda_a = F_{N(0,1)}^{-1}(1-a)$ y $\overline{x_n}$ = valor de $\overline{X_n}$ para la muestra.

❸ Conclusión del test de nivel α para la muestra de observaciones (x_1, \dots, x_n) :

$$\begin{cases} \text{puede aceptarse } H_0 & \text{si } (x_1, \dots, x_n) \notin RC \\ \text{debe rechazarse } H_0 & \text{si } (x_1, \dots, x_n) \in RC \end{cases}$$

CONTRASTE SOBRE LA **MEDIA** μ DE UNA VARIABLE **NORMAL** CON **VARIANZA DESCONOCIDA** Y NIVEL DE SIGNIFICACIÓN α

i) $H_0 : \mu = \mu_0, \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$

ii) $H_0 : \mu \leq \mu_0, \quad H_1 : \mu > \mu_0$

iii) $H_0 : \mu \geq \mu_0, \quad H_1 : \mu < \mu_0$

❶ Estadístico del contraste : $T(X_1, \dots, X_n) = \frac{\overline{\mathbf{X}}_n - \mu_0}{\widehat{\mathbf{S}}_n / \sqrt{n}} \rightsquigarrow t_{n-1} \text{ si } \mu = \mu_0 \text{ es cierta.}$

❷ Regiones críticas:

$$RC_i = \left((x_1, \dots, x_n) \left| \frac{\overline{\mathbf{x}}_n - \mu_0}{\widehat{s} / \sqrt{n}} \right| > t_{\alpha/2} \right) \quad RC_{ii} = \left((x_1, \dots, x_n) \left| \frac{\overline{\mathbf{x}}_n - \mu_0}{\widehat{s} / \sqrt{n}} \right| > t_\alpha \right) \quad RC_{iii} = \left((x_1, \dots, x_n) \left| \frac{\overline{\mathbf{x}}_n - \mu_0}{\widehat{s} / \sqrt{n}} \right| < -t_\alpha \right)$$

con $t_a = F_{t_{n-1}}^{-1}(1 - a)$, $\overline{\mathbf{x}}$ = valor de $\overline{\mathbf{X}}_n$ y \widehat{s} = valor de $\widehat{\mathbf{S}}_n$ para esa muestra .

❸ Conclusión del test de nivel α para la muestra de observaciones (x_1, \dots, x_n) :

$$\begin{cases} \text{puede aceptarse } H_0 & \text{si } (x_1, \dots, x_n) \notin RC \\ \text{debe rechazarse } H_0 & \text{si } (x_1, \dots, x_n) \in RC \end{cases}$$

**CONTRASTES SOBRE LA VARIANZA (POBLACIONAL) σ^2 DE UNA VARIABLE NORMAL
Y NIVEL DE SIGNIFICACIÓN α**

i) $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

ii) $H_0 : \sigma^2 \geq \sigma_0^2, H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$

iii) $H_0 : \sigma^2 \leq \sigma_0^2, H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$

❶ Estadístico: $T(X_1, \dots, X_n) = \frac{n \mathbf{S}_n^2}{\sigma_0^2} = \frac{(n-1) \widehat{\mathbf{S}}_n^2}{\sigma_0^2} \rightsquigarrow \chi_{n-1}^2$, si $\sigma^2 = \sigma_0^2$.

❷ Regiones críticas :

$$RC_i = \left((x_1, \dots, x_n) \mid \frac{n \mathbf{s}^2}{\sigma_0^2} < c_{\alpha/2} \right) \cup \left((x_1, \dots, x_n) \mid \frac{n \mathbf{s}^2}{\sigma_0^2} > c_{1-\alpha/2} \right)$$

$$RC_{ii} = \left((x_1, \dots, x_n) \mid \frac{n \mathbf{s}^2}{\sigma_0^2} < c_\alpha \right) \quad RC_{iii} = \left((x_1, \dots, x_n) \mid \frac{n \mathbf{s}^2}{\sigma_0^2} > c_{1-\alpha} \right)$$

con $c_a = F_{\chi_{n-1}^2}^{-1}(1-a)$, s = valor de \mathbf{S}_n para la muestra .

❸ Conclusión del test de nivel α para la muestra de observaciones (x_1, \dots, x_n) :

$$\begin{cases} \text{puede aceptarse } H_0 & \text{si } (x_1, \dots, x_n) \notin RC \\ \text{debe rechazarse } H_0 & \text{si } (x_1, \dots, x_n) \in RC \end{cases}$$

**CONTRASTES SOBRE LA PROPORCIÓN (POBLACIONAL) p DE INDIVIDUOS CON CIERTA PROPIEDAD
Y NIVEL DE SIGNIFICACIÓN α (SUPUESTO $n \geq 30$)**

i) $H_0 : p = p_0, H_1 : p \neq p_0$

ii) $H_0 : p \leq p_0, H_1 : p > p_0$

iii) $H_0 : p \geq p_0, H_1 : p < p_0$

❶ Estadístico de contraste: $T(X_1, \dots, X_n) = \frac{\hat{\mathbf{P}} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} \rightsquigarrow^{\text{aprox.}} \mathcal{N}(0, 1) \quad \text{si } p = p_0$

❷ Regiones críticas :

$$RC_i = \left((x_1, \dots, x_n) \mid \left| \frac{\hat{\mathbf{P}} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} \right| > \lambda_{\alpha/2} \right)$$

$$RC_{iii} = \left((x_1, \dots, x_n) \mid \frac{\hat{\mathbf{P}} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} < -\lambda_{\alpha} \right)$$

$$RC_{ii} = \left((x_1, \dots, x_n) \mid \frac{\hat{\mathbf{P}} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} > \lambda_{\alpha} \right)$$

con $\lambda_a = F_{N(0,1)}^{-1}(1-a)$ y \hat{p} = valor de $\hat{\mathbf{P}}$ para la muestra.

❸ Conclusión del test de nivel α para la muestra de observaciones (x_1, \dots, x_n) :

$$\begin{cases} \text{puede aceptarse } H_0 & \text{si } (x_1, \dots, x_n) \notin RC \\ \text{debe rechazarse } H_0 & \text{si } (x_1, \dots, x_n) \in RC \end{cases}$$

CONTRASTES DE COMPARACIONES DE MEDIAS DE DOS VARIABLES NORMALES CON VARIANZAS CONOCIDAS Y NIVEL DE SIGNIFICACIÓN α

i) $H_0 : \mu_1 = \mu_2, \quad H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

ii) $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2, \quad H_1 : \mu_1 > \mu_2$

iii) $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2, \quad H_1 : \mu_1 < \mu_2$

❶ Estadístico del contraste: $T(X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_m) = \frac{\overline{X_n} - \overline{Y_m}}{\sqrt{\sigma_X^2/n + \sigma_Y^2/m}} \rightsquigarrow N(0, 1) \quad \text{si } \mu_1 = \mu_2$

❷ Regiones críticas:

$$RC_i = \left((x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) \left| \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\sigma_X^2/n + \sigma_Y^2/n}} \right| > \lambda_{\alpha/2} \right)$$

$$RC_{ii} = \left((x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) \left| \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\sigma_X^2/n + \sigma_Y^2/n}} > \lambda_{\alpha} \right. \right)$$

$$RC_{iii} = \left((x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) \left| \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\sigma_X^2/n + \sigma_Y^2/n}} < -\lambda_{\alpha} \right. \right)$$

con $\lambda_a = F_{N(0,1)}^{-1}(1-a)$ y \bar{x} = valor de $\overline{X_n}$, \bar{y} = valor de $\overline{Y_m}$ para la muestra.

❸ Conclusión del test de nivel α para la muestra de observaciones $(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m)$

CONTRASTES DE COMPARACIONES DE MEDIAS DE DOS VARIABLES NORMALES CON VARIANZAS DESCONOCIDAS Y DISTINTAS Y NIVEL DE SIGNIFICACIÓN α

i) $H_0 : \mu_1 = \mu_2, \quad H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ ii) $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2, \quad H_1 : \mu_1 > \mu_2$ iii) $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2, \quad H_1 : \mu_1 < \mu_2$

❶ Estadístico del contraste:
$$T(X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_m) = \frac{\overline{X}_n - \overline{Y}_m}{\sqrt{\frac{\widehat{S}_X^2}{n} + \frac{\widehat{S}_Y^2}{m}}} \rightsquigarrow t_f \quad \text{si } \mu_1 = \mu_2 \text{ con } f \approx \frac{\left(\frac{\widehat{S}_X^2}{n} + \frac{\widehat{S}_Y^2}{m}\right)^2}{\left(\frac{\widehat{S}_X^2}{n} + \frac{\widehat{S}_Y^2}{m}\right)^2}$$

❷ Regiones críticas:

$$RC_i = \left((x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) \left| \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{\frac{\widehat{s}_x^2}{n} + \frac{\widehat{s}_y^2}{m}}} \right| > t_{\alpha/2} \right)$$

$$RC_{ii} = \left((x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) \left| \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{\frac{\widehat{s}_x^2}{n} + \frac{\widehat{s}_y^2}{m}}} > t_\alpha \right. \right)$$

$$RC_{iii} = \left((x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) \left| \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{\frac{\widehat{s}_x^2}{n} + \frac{\widehat{s}_y^2}{m}}} < -t_\alpha \right. \right)$$

con $t_\alpha = F_{t_f}^{-1}(1 - \alpha)$ y siendo \overline{x} , \overline{y} , \widehat{s}_x^2 , \widehat{s}_y^2 las medias y cuasivarianzas muestrales de cada una de las submuestras.

❸ Conclusión del test de nivel α para la muestra de observaciones $(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m)$

CONTRASTES DE COMPARACIÓN DE VARIANZAS DE DOS VARIABLES NORMALES Y NIVEL DE SIGNIFICACIÓN α

i) $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

ii) $H_0 : \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2, H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$

iii) $H_0 : \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2, H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$

❶ Estadístico: $T(X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_m) = \frac{\hat{S}_X^2}{\hat{S}_Y^2} \rightsquigarrow F_{n-1, m-1}$ si $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$.

❷ Regiones críticas :

$$RC_i = \left((x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) \left| \frac{\hat{S}_X^2}{\hat{S}_Y^2} < c_{\alpha/2} \right. \right) \cup \left((x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) \left| \frac{\hat{S}_X^2}{\hat{S}_Y^2} > c_{1-\alpha/2} \right. \right)$$

$$RC_{ii} = \left((x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) \left| \frac{\hat{S}_X^2}{\hat{S}_Y^2} < c_\alpha \right. \right) \quad RC_{iii} = \left((x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) \left| \frac{\hat{S}_X^2}{\hat{S}_Y^2} > c_{1-\alpha} \right. \right)$$

con $c_\alpha = F_{F_{n-1, m-1}}^{-1}(1 - \alpha)$, y \hat{S}_X^2, \hat{S}_Y^2 las cuasivarianzas muestrales de cada una de las submuestras.

❸ Conclusión del test de nivel α para la muestra de observaciones $(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m)$