

INFERENCIA ESTADÍSTICA

Grado en Matemáticas

Facultad de Ciencias

Curso 2024-25

IDENTIFICACIÓN

- asignatura obligatoria
- módulo: Probabilidades y Estadística
- anual, 9 créditos
- profesores

Norberto Corral (CE, PA, TG) norbert@uniovi.es

Carlos Carleos (CE, PA, TG) carleos@uniovi.es

Raúl Pérez (PL) perezfernandez@uniovi.es

OBJETIVOS

- **conocer los fundamentos teóricos de la inferencia estadística**
- **plantear problemas en términos estadísticos**
- **interpretar críticamente los resultados**
- **conocer un lenguaje de programación: R**
- **trabajar con datos reales**
 - consultar y modificar conjuntos de datos
 - aplicar la estadística a problemas reales

REQUISITOS

- se recomienda tener aprobadas

- Cálculo Diferencial e Integral (primer curso)
- Estadística Descriptiva y Probabilidad (primer curso)
- Probabilidades y Estadística (segundo curso)

- conocimientos fundamentales

- estadística descriptiva
- distribuciones de probabilidad (discretas, continuas; reproductividad)
- tipos de convergencias

CONTENIDOS (1/2)

- **Conceptos básicos. Teorema central de la estadística.**
- **Estimación.**
 - puntual
 - suficiencia
 - error cuadrático medio
 - métodos: máximo-verosímil, momentos
 - por intervalo
 - coeficiente de confianza
 - función pivote
 - bootstrap*

CONTENIDOS (2/2)

- Contrastes de hipótesis.

- región crítica y nivel de significación
- contrastes paramétricos
 - caso gaussiano
 - razón de verosimilitudes
- no paramétricos
- bondad de ajuste
- tablas de contingencia (homogeneidad e independencia)

DOCENCIA

- **CE, PA, TG**

Norberto Corral, Carlos Carleos

- **PL**

Raúl Pérez

- **Recomendación:** Comentar con los profesores los problemas de la asignatura a lo largo de todo el curso.

EVALUACIÓN

En las condiciones actuales:

- exámenes 70%

- examen parcial al final de cada semestre, eliminatorio si $\text{nota} \geq 4$
- examen final en las convocatorias oficiales

- continua 30%

- 5% asistencia y participación en CE, PA, TG y PL
- 15% ejercicios entregados
- 10% trabajo en grupo

EVALUACIÓN (convocatoria ordinaria)

F = nota final ; C = evaluación continua

P₁ y P₂ = nota de los exámenes parciales (elimina materia si P_i ≥ 4)

$$\mathbf{F} = \begin{cases} \mathbf{0,3 \cdot C + 0,35 \cdot (P_1 + P_2)} & \leftarrow \text{mín} \{ \mathbf{P_1; P_2} \} \geq \mathbf{3} \\ \text{mín} \{ \mathbf{0,3 \cdot C + 0,35 \cdot (P_1 + P_2); 4,5} \} & \leftarrow \text{mín} \{ \mathbf{P_1; P_2} \} < \mathbf{3} \end{cases}$$

- el examen final debe hacerse sólo de cada parcial con nota < 4
- para aprobar la asignatura, $\text{mín} \{ P_1 ; P_2 \} \geq 3$

EVALUACIÓN (convocat. extraordinaria junio/julio)

F = nota final

C = evaluación continua obtenida durante el curso

$$F = 0,3 \cdot C + 0,7 \cdot \text{Examen}$$

Importante: NO SE CONSERVAN LOS PARCIALES

EVALUACIÓN (convocat. extraordinaria dic./enero)

F = nota final

C = prueba complementaria de evaluación continua

$$F = 0,3 \cdot C + 0,7 \cdot \text{Examen}$$

Importante:

no se conservan los parciales ni la continua del curso anterior.

EVALUACIÓN: prueba única

Dedicación parcial, semipresencial o no presencial.

Elegir al inicio de curso entre

- **evaluación continua → fórmulas previamente descritas**
- **prueba única**
 - **convocatoria ordinaria**

$$\mathbf{F} = \begin{cases} \mathbf{0,5 \cdot (P_1 + P_2)} & \Leftarrow \text{mín} \{ \mathbf{P_1; P_2} \} \geq \mathbf{3} \\ \text{mín} \{ \mathbf{0,5 \cdot (P_1 + P_2); 4,5} \} & \Leftarrow \text{mín} \{ \mathbf{P_1; P_2} \} < \mathbf{3} \end{cases}$$

- **convocatorias extraordinarias**

F = Examen

Objetivos generales de las clases

Teoría:

Definir de manera formal los conceptos básicos de la inferencia.

Demostrar los resultados explicando la estructura global y los pasos.

Prácticas de aula:

Aplicar la teoría a problemas reales.

Analizar las limitaciones de cada procedimiento.

Prácticas de laboratorio:

Conocer el lenguaje R y aplicarlo al análisis de datos.

Interpretar el significado de los análisis estadísticos a problemas reales.

Tutorías grupales:

Fomentar la participación directa del estudiante.

Resolver dudas y comprobar la adquisición de competencias.

Ejercicios de repaso: 1

Explica las condiciones que debe tener un experimento para que siga una distribución binomial $B(10; 0,5)$.

Da un ejemplo de este experimento.

¿Cuánto vale la esperanza de esta distribución?

Ejercicios de repaso: 2

¿Cuánto vale la media de una variable aleatoria con distribución uniforme $U(0; 4)$?

Ejercicios de repaso: 3

Sea X una variable que toma los valores $\{1; 2; 3; 4\}$ con probabilidades respectivas $\{1/4; 1/8; 3/8; 1/4\}$.
Calcula su función de distribución, su media y su varianza.

Ejercicios de repaso: 4

Sea X una variable con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 < x < 1 \\ 2-x & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{otramente} \end{cases}$$

Calcula su función de distribución y represéntala gráficamente.

Calcula la media y la varianza de X .

Calcula las probabilidades: $P(X \leq 0,5)$ y $P(X > 1)$.

Ejercicios de repaso: 5

¿Qué significa que la varianza de una variable sea 0?

Ejercicios de repaso: 6

¿Qué mide la covarianza de dos variables X y Y ?

¿Una covarianza igual a 40 es grande o pequeña?

¿Cómo se define y qué mide el coeficiente de correlación lineal de Pearson?

Ejercicios de repaso: 7

Para aproximar la probabilidad de que una pieza sea válida se revisan 50 piezas elegidas al azar, y se obtienen 48 válidas.

Estima la probabilidad de que una pieza sea válida.

Ejercicios de repaso: 8

¿Qué diferencia hay entre estimador y estimación?

Utiliza el ejercicio anterior para dar un ejemplo de cada uno.

Ejercicios de repaso: 9

**¿Cuál es la diferencia entre estadístico y estimador?
Da un ejemplo de estadístico que no sea estimador.**

Ejercicios de repaso: 10

¿Cómo se sabe si un estimador es “bueno”?

Ejercicios de repaso: 11

Sea $(X_1; \dots; X_n)$ una muestra aleatoria simple de una variable X con media μ y desviación típica σ .

Calcula la esperanza y la varianza de la media muestral.

Ejercicios de repaso: 12

Si X sigue una distribución beta $\beta(4; 1)$, calcula la función de densidad y de distribución de la variable $Y = -\ln(X)$, así como su esperanza y su varianza.

Ejercicios de repaso: 13 (reproductividad)

Sean $X_1 ; \dots ; X_m$ variables aleatorias independientes con distribución $X_i \sim B(n_i ; p)$.

¿Cuál es la distribución de la suma $X_1 + \dots + X_m$?

Sean $X_1 ; \dots ; X_m$ variables aleatorias independientes con distribución $X_i \sim N(\mu_i ; \sigma_i)$.

¿Cuál es la distribución de la suma $X_1 + \dots + X_m$?

¿Y la de la media muestral?

Ejercicios de repaso: 14 (reproductividad)

Sean $X_1 ; \dots ; X_m$ variables aleatorias independientes con distribución $X_i \sim N(0 ; 1)$.

¿Cuál es la distribución de la suma $X_1^2 + \dots + X_m^2$?

Ejercicio con datos reales

Analizar los datos *birthwt* del paquete *MASS* de R.

1. Describir las variables

low → si peso al nacer es menor que 2,5 kg (0=no, 1=sí)

lwt → peso de la madre en libras

race → 1=blanca, 2=negra, 3=otra

smoke → si fumaba durante el embarazo (0=no, 1=sí)

2. Estudiar la relación de *low* con *lwt*, *race* y *smoke*.

3. Preparar un informe comentando los resultados y la importancia de la relación de las variables con *low*.