

INFERENCIA ESTADÍSTICA

Grado en Matemáticas
Facultad de Ciencias
Curso 2023-24

IDENTIFICACIÓN

- asignatura obligatoria
- módulo: Probabilidades y Estadística
- anual, 9 créditos
- profesores

Norberto Corral (CE) norbert@uniovi.es (coordinador)

Carlos Carleos (PA, TG) carleos@uniovi.es

Raúl Pérez (PL) perezfernandez@uniovi.es

OBJETIVOS

- conocer los fundamentos teóricos de la inferencia estadística
- plantear problemas en términos estadísticos
- interpretar críticamente los resultados
- conocer un lenguaje de programación: R
- trabajar con datos reales
 - consultar y modificar conjuntos de datos
 - aplicar la estadística a problemas reales

REQUISITOS

- **se recomienda tener aprobadas**
 - Cálculo Diferencial e Integral (primer curso)
 - Estadística Descriptiva y Probabilidad (primer curso)
 - Probabilidades y Estadística (segundo curso)
- **conocimientos fundamentales**
 - estadística descriptiva
 - distribuciones de probabilidad (discretas, continuas; reproductividad)
 - tipos de convergencias

CONTENIDOS (1/2)

- Conceptos básicos. Teorema central de la estadística.
- Estimación.
 - puntual
 - suficiencia
 - error cuadrático medio
 - métodos: máximo-verosímil, momentos
 - por intervalo
 - coeficiente de confianza
 - función pivote
 - bootstrap*

CONTENIDOS (2/2)

- Contrastes de hipótesis.

- región crítica y nivel de significación

- contrastes paramétricos

 - caso gaussiano

 - razón de verosimilitudes

- no paramétricos

- bondad de ajuste

- tablas de contingencia (homogeneidad e independencia)

DOCENCIA

- **CE**
Norberto Corral
- **PA, TG**
Carlos Carleos
- **PL**
Raúl Pérez
- **Recomendación:** Comentar con los profesores los problemas de la asignatura a lo largo de todo el curso.

EVALUACIÓN

En las condiciones actuales:

- exámenes 70%

- examen parcial al final de cada semestre, eliminatorio si nota ≥ 4
- examen final en las convocatorias oficiales

- continua 30%

- 5% asistencia y participación en CE, PA, PL y TG
- 15% ejercicios entregados
- 10% trabajo en grupo

EVALUACIÓN

Imprescindible asistir a 3 TG y 9 PL.

Si hay causas sobrevenidas y debidamente justificadas para no asistir, deberá comunicarse a los profesores para establecer tareas sustitutorias.

Se recomienda asistir a 1 tutoría individual por semestre.

EVALUACIÓN (convocatoria ordinaria)

F = nota final ; **C** = evaluación continua

P = nota del examen parcial

$$\mathbf{F} = \begin{cases} \mathbf{0,3 \cdot C + 0,35 \cdot (P_1 + P_2)} & \Leftarrow \text{mín} \{ \mathbf{P_1; P_2} \} \geq \mathbf{3} \\ \text{mín} \{ \mathbf{0,3 \cdot C + 0,35 \cdot (P_1 + P_2); 4,5} \} & \Leftarrow \text{mín} \{ \mathbf{P_1; P_2} \} < \mathbf{3} \end{cases}$$

- el examen final debe hacerse sólo del parcial con nota < 4
- para aprobar la asignatura, $\text{mín} \{ P_1 ; P_2 \} \geq 3$

EVALUACIÓN (convocat. extraordinaria junio/julio)

C = evaluación continua

- mantener la obtenida durante el curso
- tareas de recuperación:
 - tutorías
 - problemas resueltos por escrito
 - trabajo individual o en grupo + informe + presentación pública

$$F = 0,3 \cdot C + 0,7 \cdot \text{Examen}$$

Importante: **NO SE CONSERVAN LOS PARCIALES**

EVALUACIÓN (convocat. extraordinaria dic./enero)

C = evaluación continua; tareas:

- tutorías
- problemas resueltos por escrito
- trabajo individual o en grupo + informe + presentación pública

$$F = 0,3 \cdot C + 0,7 \cdot \text{Examen}$$

Importante: **no se conservan los parciales ni la continua del curso anterior.**

EVALUACIÓN: prueba única

Dedicación parcial, semipresencial o no presencial.

Elegir al inicio de curso entre

- evaluación continua → fórmulas previamente descritas
- prueba única
 - convocatoria ordinaria

$$\mathbf{F} = \begin{cases} \mathbf{0,5 \cdot (P_1 + P_2)} & \Leftarrow \text{mín} \{ \mathbf{P_1; P_2} \} \geq \mathbf{3} \\ \text{mín} \{ \mathbf{0,5 \cdot (P_1 + P_2); 4,5} \} & \Leftarrow \text{mín} \{ \mathbf{P_1; P_2} \} < \mathbf{3} \end{cases}$$

- convocatorias extraordinarias

F = Examen

Ejercicio para la PA

Analizar los datos `birthwt` del paquete *MASS* de R.

1. Describir las variables

`bwt` → birth weight in grams

`lwt` → mother's weight in pounds

`race` → 1=white, 2=black, 3=other

`smoke` → smoking status during pregnancy (0=no, 1=sí).

2. Estudiar la relación de `bwt` con `lwt`, `race` y `smoke`.

3. Comentar los resultados.

Ejercicios de repaso: 1

Explica las condiciones que debe tener un experimento para que siga una distribución binomial $B(10; 0,5)$.

Da un ejemplo de este experimento.

¿Cuánto vale la esperanza de esta distribución?

Ejercicios de repaso: 2

¿Cuánto vale la media de una variable aleatoria con distribución uniforme $U(0; 4)$?

Ejercicios de repaso: 3

Sea X una variable que toma los valores $\{1; 2; 3; 4\}$ con probabilidades respectivas $\{1/4; 1/8; 3/8; 1/4\}$.
Calcula su función de distribución, su media y su varianza.

Ejercicios de repaso: 4

Sea X una variable con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 < x < 1 \\ 2-x & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{otramente} \end{cases}$$

Calcula su función de distribución y represéntala gráficamente.

Calcula la media y la varianza de X .

Calcula las probabilidades: $P(X \leq 0,5)$ y $P(X > 1)$.

Ejercicios de repaso: 5

¿Qué significa que la varianza de una variable sea 0?

Ejercicios de repaso: 6

¿Qué mide la covarianza de dos variables X y Y ?

¿Una covarianza igual a 40 es grande o pequeña?

¿Cómo se define y qué mide el coeficiente de correlación lineal de Pearson?

Ejercicios de repaso: 7

Para aproximar la probabilidad de que una pieza sea válida se revisan 50 piezas elegidas al azar, y se obtienen 48 válidas.

Estima la probabilidad de que una pieza sea válida.

Ejercicios de repaso: 8

¿Qué diferencia hay entre estimador y estimación?

Utiliza el ejercicio anterior para dar un ejemplo de cada uno.

Ejercicios de repaso: 9

¿Cuál es la diferencia entre estadístico y estimador?
Da un ejemplo de estadístico que no sea estimador.

Ejercicios de repaso: 10

¿Cómo se sabe si un estimador es “bueno”?

Ejercicios de repaso: 11

Sea $(X_1; \dots; X_n)$ una muestra aleatoria simple de una variable X con media μ y desviación típica σ .

Calcula la esperanza y la varianza de la media muestral.

Ejercicios de repaso: 12

Si X sigue una distribución beta $\beta(4; 1)$, calcula la función de densidad y de distribución de la variable $Y = -\ln(X)$, así como su esperanza y su varianza.

Ejercicios de repaso: 13 (reproductividad)

Sean $X_1 ; \dots ; X_m$ variables aleatorias independientes con distribución $X_i \sim B(n_i ; p)$.

¿Cuál es la distribución de la suma $X_1 + \dots + X_m$?

Sean $X_1 ; \dots ; X_m$ variables aleatorias independientes con distribución $X_i \sim N(\mu_i ; \sigma_i)$.

¿Cuál es la distribución de la suma $X_1 + \dots + X_m$?

¿Y la de la media muestral?

Ejercicios de repaso: 14 (reproductividad)

Sean $X_1 ; \dots ; X_m$ variables aleatorias independientes con distribución $X_i \sim N(0 ; 1)$.

¿Cuál es la distribución de la suma $X_1^2 + \dots + X_m^2$?