Inferencia - Generalidades

C. Carleos - N. Corral

October 2, 2024

Contents

1 Estadígrafos de orden

- sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria simple de X
- muestra ordenada: $(X_{(1)}, \ldots, X_{(n)})$ cumpliendo

$$\min_{i=1}^{n} X_i = X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \cdots \leq X_{(n-1)} \leq X_{(n)} = \max_{i=1}^{n} X_i$$

- $X_{(k)}$ es el k-ésimo estadígrafo de orden
- sea F la ojiva de X
  - $F_{X_{(n)}}(x) = F(x)^n$
  - $F_{X_{(1)}}(x) = 1 - [1 - F(x)]^n$
  - $F_{X_{(k)}}(x) = \sum_{j=k}^{n} \binom{n}{j} F(x)^j [1 - F(x)]^{n-j}$
- si X es continua, sea f su densidad
  - $f_{X_{(k)}}(x) = n! \frac{F(x)^{k-1}}{(k-1)!} f(x) \frac{[1-F(x)]^{n-k}}{(n-k)!}$
- más detalles en este fichero

2 Ojiva empírica

$$F_n(x) = \frac{\text{número de } X_i \leq x}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I_{(-\infty,x]}(X_i) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I_{[X_i,\infty)}(x)$$

- $F_n(x)$ es estimador insesgado de $F(x)$
- $F_n(x) \xrightarrow{\text{c.s.}} F(x)$
- por el Teorema Central del límite

$$\frac{F_n(x) - F(x)}{\sqrt{\frac{F(x)[1-F(x)]}{n}}} \xrightarrow{\text{c.s.}} N(0,1)$$

3 Teorema fundamental de la estadística

- distancia entre ojiva empírica y teórica

$$\Delta_n = \sup_{x\in\mathbf{R}} |F_n(x) - F(x)|$$

- teorema de Glivenco y Canteli

$$\Delta_n \xrightarrow{\text{c.s.}} 0$$

- más detalles en este fichero