

Inferencia Estadística

Segundo Parcial

15 de mayo de 2023

CUESTIONES

(1 punto) **Cuestión 1**

Enuncia y demuestra el lema de Neyman-Pearson para contrastes no aleatorizados. Sea X una variable aleatoria con distribución Multinomial(m, \mathbf{p}), siendo el parámetro m conocido, y $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3)$ con $p_1 + p_2 + p_3 = 1$ y $p_i > 0$ para $i = 1, 2, 3$, es decir, X toma valores enteros (m_1, m_2, m_3) con $0 \leq m_i \leq m$ para $i = 1, 2, 3$ y

$$\Pr[X = (m_1, m_2, m_3)] = \frac{m!}{m_1! m_2! m_3!} p_1^{m_1} p_2^{m_2} p_3^{m_3}$$

De X se obtiene una muestra aleatoria simple de tamaño n para contrastar $H_0: \mathbf{p} = \mathbf{p}_0$, frente a $H_1: \mathbf{p} = \mathbf{p}_1$. Aplica el método de Neyman-Pearson para calcular la forma de la región crítica.

(1 punto) **Cuestión 2**

Define la función potencia y explica su significado bajo H_1 .

(1 punto) **Cuestión 3**

Explica el test de los rangos con signo de Wilcoxon. Sea una variable continua X simétrica respecto a m_0 . Si se define $D = X - m_0$, demuestra que $|D|$ y $\text{signo}(D)$ son independientes.

(1 punto) **Cuestión 4**

Calcula la región crítica para contrastar la independencia entre dos variables finitas, usando el test de la razón de verosimilitudes, y comenta cuál es la distribución asintótica bajo H_0 .

PROBLEMAS

Problema 1

Se está ensayando un tratamiento nuevo contra la trombocitopenia. Dicho tratamiento consta de dos fases. El tratamiento se aplica a veinte pacientes y se obtienen los siguientes resultados en los recuentos plaquetarios ($\times 10^9/\text{litro}$ o bien $\times 10^3/\text{mm}^3$):

Paciente	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Recuento basal	88,4	120,4	99,2	96,4	110,1	110,2	86,2	94,7	108,9	111,5
Tras fase 1	111,4	100,8	106,4	104,7	111,8	139,6	130,0	145,5	128,0	137,8
Tras fase 2	104,1	129,3	98,7	118,5	111,0	103,4	92,4	95,2	105,7	130,0
Paciente	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Recuento basal	105,6	105,3	106,7	107,9	123,4	121,5	85,6	115,2	124,9	94,0
Tras fase 1	119,0	118,7	108,5	122,7	112,9	116,8	144,5	110,1	129,0	110,4
Tras fase 2	101,5	100,6	133,9	139,7	132,2	135,5	113,6	101,2	96,4	104,0

Versión para copiar:

c(88.4, 120.4, 99.2, 96.4, 110.1, 110.2, 86.2, 94.7, 108.9, 111.5, 105.6, 105.3, 106.7, 107.9, 123.4, 121.5, 85.6, 115.2, 124.9, 94.0)
c(111.4, 100.8, 106.4, 104.7, 111.8, 139.6, 130, 145.5, 128, 137.8, 119, 118.7, 108.5, 122.7, 112.9, 116.8, 144.5, 110.1, 129.0, 110.4)
c(104.1, 129.3, 98.7, 118.5, 111, 103.4, 92.4, 95.2, 105.7, 130, 101.5, 100.6, 133.9, 139.7, 132.2, 135.5, 113.6, 101.2, 96.4, 104.0)

Para las siguientes preguntas, considera un nivel de significación $\alpha = 0,05$.

- (1 punto) a) ¿Podría considerarse que los recuentos basales siguen una distribución exponencial desplazada, con densidad $f(x) = \lambda e^{-\lambda(x-\theta)} \cdot I(x \geq \theta)$?
- (1 punto) b) ¿Se produce alguna variación significativa entre las distribuciones de los recuentos?
- (1 punto) c) Para que el tratamiento se considere válido, tiene que conseguir que la mediana poblacional del recuento sea superior a 110. ¿Hay evidencias de que lo consigue tras alguna de las dos fases? (Por población se entiende el conjunto de pacientes del que se ha extraído la muestra.)

Problema 2

El fichero ‘Inspeccion.RData’ contiene datos registrados sobre la recaudación diaria de un cierto bar en distintos días que se les realizó una inspección sorpresa. Se dispone de las siguientes variables:

Recaudacion: Recaudación diaria (en euros);

DiaSemana: Día de la semana en que se realizó la inspección.

Basándote en los datos recogidos y trabajando a nivel de significación $\alpha = 0,05$, responde a las siguientes preguntas:

- (1 punto) a) Justifica mediante un estudio inferencial que la distribución de la recaudación para cada día de la semana es aproximadamente una normal con la misma varianza.
- (1 punto) b) ¿Hay diferencias en la recaudación en los distintos días de la semana? Realiza un estudio descriptivo previo (tanto numérico como gráfico), basa tus conclusiones en los resultados de un contraste de hipótesis y concluye con un estudio a posteriori.
- (1 punto) c) ¿Se distribuyen las inspecciones uniformemente durante los días de la semana? Realiza un estudio descriptivo previo y basa tus conclusiones en los resultados de un contraste de hipótesis.

¡ JUSTIFICA TODAS LAS RESPUESTAS !