

Instrucciones

- Primera parte: TEORÍA. Ordenador apagado. Tienes hasta una hora para resolverla y entregar los folios con tu respuesta.
- Segunda parte: PROBLEMAS. En cuanto entregues la teoría, podrás encender el ordenador exclusivamente para usar R y acceder al campus virtual. No hay una “tarea” en el campus virtual para subir documentos. Has de entregar todas tus respuestas en papel: para un gráfico, esbózalo a mano dejando claro lo que quieras destacar; para código fuente, escríbelo con la mayor precisión posible. Has de entregar los folios en dos bloques separados: problema 1; problema 2.
- Justifica todas las respuestas.

TEORÍA

1. (2 puntos) Demuestra que el estadístico de Kolmogórov-Smirnov-Lilliefors es de libre distribución para la familia uniforme $U(3, 3 + \theta)$.
2. (2 puntos) Explica detalladamente el test de Kruskal-Wallis: cuáles son las condiciones de aplicación, el estadístico de contraste y la región crítica.

PROBLEMA 1

La tensión diastólica (mm Hg) en cierta población de ancianos sanos sigue una distribución gaussiana $N(80, \sigma)$. En una residencia geriátrica se han medido dichas tensiones y se han obtenido estos valores: (80, 82, 83, 85, 79, 78, 90, 92, 98, 100, 86, 91). Supóngase que son una realización de una muestra aleatoria simple de tal población.

- a) (1 punto) Halla el estimador y la estimación máximo-verosímiles para σ .
- b) (1 punto) Contrasta $H_0 : \sigma = 5$ frente a $H_1 : \sigma > 5$ a nivel de significación $\alpha = 0,03$.
- c) (1 punto) Halla un intervalo de confianza para la mediana a nivel de confianza $\alpha = 0,85$.

PROBLEMA 2

La empresa Neurovitalis está evaluando la efectividad de un nuevo programa de entrenamiento cognitivo para mejorar la memoria a corto plazo en adultos mayores. Para ello, se seleccionó aleatoriamente a 50 participantes y se midió su capacidad de memoria antes de

iniciar el programa de entrenamiento cognitivo (Momento 1). Los mismos individuos participaron en el programa durante 8 semanas, y al finalizar se les volvió a medir la memoria (Momento 2). La variable de medida es una puntuación estandarizada en una escala continua de 0 a 100. Los datos obtenidos se encuentran en el fichero 'Neurovitalis.RData'. Basándote en los datos recogidos y asumiendo independencia entre individuos (pero no entre momentos de medición dentro de un mismo individuo), responde a las siguientes preguntas a nivel de significación $\alpha = 0,05$:

- a) (1 punto) Estudia mediante un gráfico y un test de hipótesis adecuados si la mejora en la capacidad de memoria sigue una distribución normal.
- b) (1 punto) ¿Hay evidencias para afirmar que el entrenamiento cognitivo ayuda a mejorar la capacidad de memoria? Realiza un estudio descriptivo numérico y basa tus conclusiones en los resultados de un contraste de hipótesis.
- c) (1 punto) Estima la potencia del test del apartado anterior para detectar mejoras de $d \in \{0, 1, 2, 3\}$ unidades. Utiliza la estimación puntual de la desviación típica poblacional si fuese necesario.