Inferencia Estadística 2023-24

Apellidos: 6ªTG2

Nombre: 2024-04-26

¿Qué método de bondad de ajuste emplearías en cada uno de los siguientes ejercicios? Justifícalo sucintamente.

1. Comprobar si los datos de la muestra X pueden proceder de una distribución binomial B(7, p):
   x <- c(0, 1 ,2, 3, 4, 5, 6, 7)
   frec <-c(22, 53, 58, 39, 20, 5, 2, 1)
   X <- rep(x, frec)
2. Analizar si los datos de la muestra X proceden de una distribución geométrica G(p):
   x <- c(0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 2, 0, 2, 1, 0, 5, 1, 0, 0, 1)
3. Una máquina en funcionamiento correcto produce piezas cuya longitud se distribuye según una N(10,5; 0,15). En un día determinado se obtuvo la siguiente muestra de longitudes:
   x <- c(10.39, 10.66, 10.12, 10.32, 10.25, 10.91, 10.52, 10.83, 10.72, 10.28, 10.35, 10.46, 10.54, 10.72, 10.23, 10.18, 10.62, 10.49, 10.32, 10.61, 10.64, 10.23, 10.29, 10.78, 10.81, 10.39, 10.34, 10.62, 10.75, 10.34, 10.41, 10.81, 10.64, 10.53, 10.31, 10.46, 10.47, 10.43, 10.57)
   Estudia si x puede provenir de una distribución exponencial.
4. Estudia si x (del ejercicio anterior) puede provenir de una distribución gamma.
5. En personas que experimentan reacciones alérgicas a las picaduras de abeja es importante conocer el tiempo en minutos de aparición de dicha reacción desde la picadura. Al observar 15 individuos que han sido picados al azar en diferentes zonas de una región se obtuvieron los siguientes tiempos:
   t <- c(0, 1, 11, 2, 5, 14, 10, 3, 17, 25, 12, 3, 18, 20, 17)
   ¿Puede admitirse que el tiempo de respuesta sigue una distribución exponencial de media 12?

Inferencia Estadística 2023-24

Apellidos: 6ªTG4
Nombre: 2024-04-25

Explica cómo funciona la prueba de los signos para

H0: mediana(X)=m
H1: mediana(X)≠m

y halla su p-valor para la muestra (2,3,9,4,5) si m=10 sabiendo

```
> setNames(dbinom(0:5,5,.5),0:5)
      0       1       2       3       4       5
0.03125 0.15625 0.31250 0.31250 0.15625 0.03125
```

Apellidos: 4ª TG 3
Nombre: 2024-04-26

Comprueba si la idea de Lílifors es aplicable a la familia de distribuciones uniformes U(z;2z) con z desconocido.

Sea la población $X = U(z;2z)$ con ojiva $F_0(x)=(x-z)/z$, de la que se extrae una muestra $X_1..X_n$.

Un estimador de z puede ser el estimador máximo–verosímil[1]

$$\hat{z} = ½ \text{ máx } \{X_1..X_n\}$$

Entonces la ojiva estimada es

$$\hat{F}_0(x) = (x-\hat{z})/\hat{z} \times I(\hat{z}<x<2\hat{z}) + 1 \times I(x\geq 2\hat{z})$$

y el estadístico del contraste es[2]

$$D_n(X_1..X_n) =$$

$$= \sup \{|F_n(x)-\hat{F}_0(x)| : -\infty<x<\infty\} = \text{« definición de } F_n \text{ »}$$

$$= \sup \{\sum I(X_i\leq x)/n - \hat{F}_0(x)| : -\infty<x<\infty\} = \text{« soporte(X) = [z;2z] y def. } \hat{F}_0 \text{ »}$$

$$= \sup \{\sum I(X_i\leq x)/n - \text{mín}\{(x-\hat{z})/\hat{z},1\}| : z<x<2z\} =$$

$$= \sup \{\sum I(X_i\leq x)/n - \text{mín}\{x/\hat{z}-1,1\}| : z<x<2z\} = \text{« } F_0 \text{ creciente en [z;2z] »}$$

$$= \sup \{\sum I(F_0(X_i)\leq F_0(x))/n - \text{mín}\{x/\hat{z}-1,1\}| : z<x<2z\} = \text{« } U_i:=X_i/z-1 \equiv U(0;1) \text{ »}$$

$$= \sup \{\sum I(U_i\leq F_0(x))/n - \text{mín}\{x/\hat{z}-1,1\}| : z<x<2z\} = \text{« definición de } F_0 \text{ »}$$

$$= \sup \{\sum I(U_i\leq (x-z)/z)/n - \text{mín}\{x/\hat{z}-1,1\}| : z<x<2z\} =$$

$$= \sup \{\sum I(U_i\leq x/z-1)/n - \text{mín}\{x/\hat{z}-1,1\}| : z<x<2z\} =$$

$$= \sup \{\sum I(U_i\leq x/z-1)/n - \text{mín}\{(x/z)/(\hat{z}/z)-1,1\}| : z<x<2z\} =$$

« máx $\{U_1..U_n\}$ = máx $\{X_1/z..X_n/z\}$ = máx $\{X_1..X_n\}$ / z ⇒

$\hat{u} :=$ ½ máx $\{U_1..U_n\}$ = ½ máx $\{X_1..X_n\}$ / z = $\hat{z}/z$ »

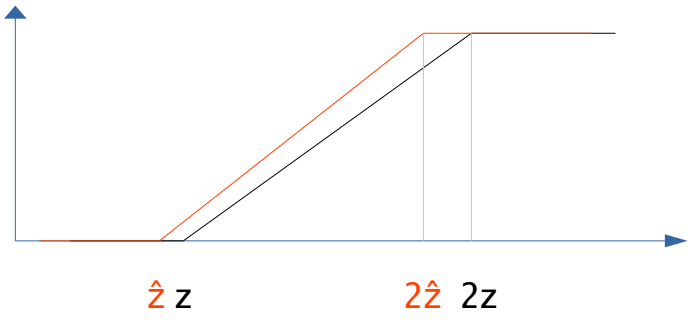
$$= \sup \{\sum I(U_i\leq x/z-1)/n - \text{mín}\{(x/z)/\hat{u}-1,1\}| : z<x<2z\} = \text{« } u := x/z \text{ »}$$

$$= \sup \{\sum I(U_i\leq u-1)/n - \text{mín}\{u/\hat{u}-1,1\}| : 1<u<2\} \text{ « independiente de z »}$$

---

1 Véase ejemplo final del apartado 3.2.1 (métiodo de máxima verosimilitud > propiedades > EMV función del suficiente) de esta página.

2 Téngase en cuenta que $\hat{z}=\text{máx}/2 \Rightarrow \hat{z}<z<2\hat{z}<2z$.



Se representan la ojiva teórica (en negro) y la ojiva estimada (en naranja).