Análisis de MTCARS

Obtener datos:

```
> library (datasets)     # necesario sólo si usas Rcmdr
> ? mtcars               # descripción
> M <- mtcars            # para ahorrar pulsaciones
```

Las variables de este dataframe son:

mpg : millas por galón

cyl : número de cilindros

disp : cubicaje en pulgadas cúbicas (desplazamiento de los cilindros)

hp : potencia en caballos de vapor

drat : razón entre ejes (número de revoluciones de la trasmisión por cada vuelta de rueda)

wt : peso en miles de libras

qsec : segundos para recorrer un cuarto de milla

vs : tipo de cilindros (en V; en línea o Serie)

am : tipo de trasmisión (automática; manual)

gear : número de marchas hacia adelante

carb : número de carburadores

1. Transformar millas por galón en litros por 100 km

Consideraremos:

- 1 milla $\simeq$ 1,609 km
- 1 galón $\simeq$ 3,785 litros

Cadena de trasformaciones:

```
> km.galon       <-       M$mpg * 1.609         # kilómetros por galón
> km.litro       <-    km.galon / 3.785         # kilómetros por litro
> litros.km      <-           1 / km.litro      # litros por kilómetro
> litros.100km   <-   litros.km * 100          # litros por cada 100 km
```

o bien directamente

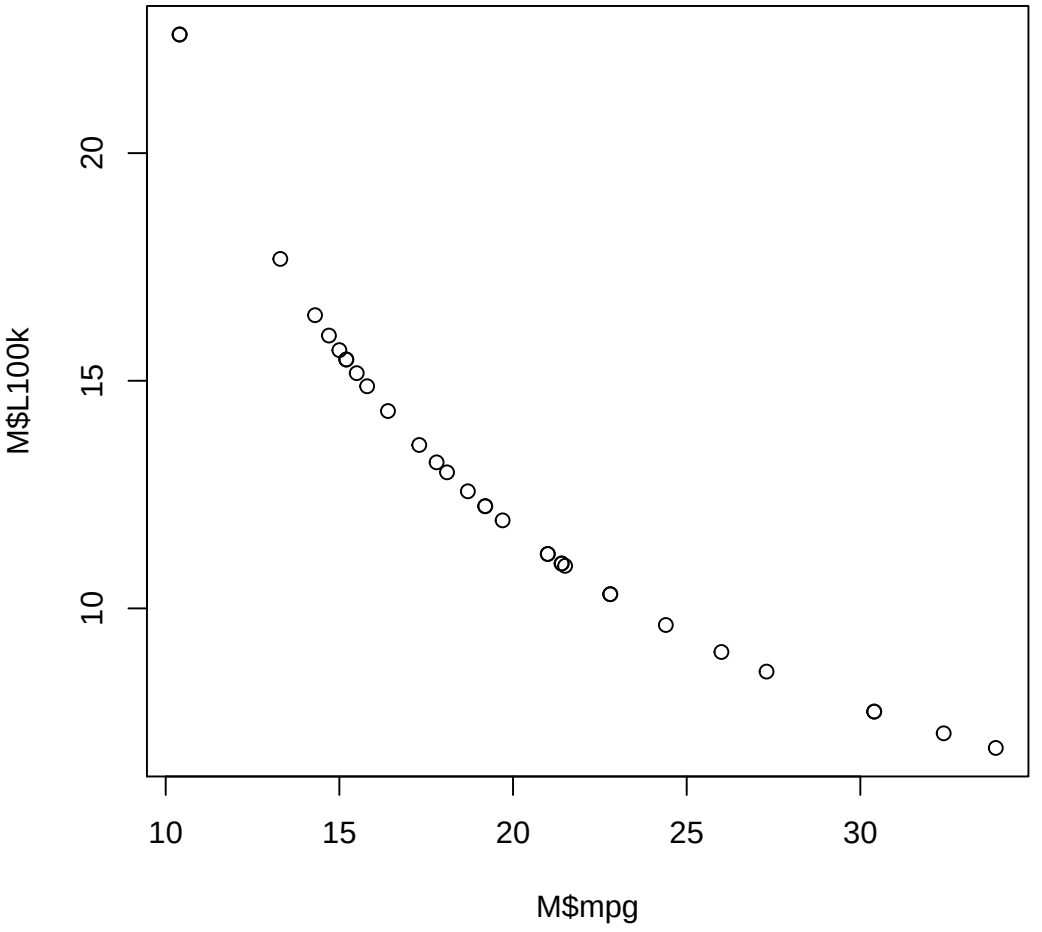
```
> M$L100k <- 100 * 3.785 / (1.61 * M$mpg)
```

Siempre conviene comprobar los resultados:

```
> head    (M[, c("mpg", "L100k")])
```

```
                   mpg    L100k
Mazda RX4         21.0 11.19491
Mazda RX4 Wag     21.0 11.19491
Datsun 710        22.8 10.31110
Hornet 4 Drive    21.4 10.98566
Hornet Sportabout 18.7 12.57183
Valiant           18.1 12.98857
```

```
> summary (M[, c("mpg", "L100k")])

      mpg            L100k
 Min.   :10.40   Min.   : 6.935
 1st Qu.:15.43   1st Qu.:10.311
 Median :19.20   Median :12.244
 Mean   :20.09   Mean   :12.748
 3rd Qu.:22.80   3rd Qu.:15.242
 Max.   :33.90   Max.   :22.605

> plot (M$mpg, M$L100k)
```


M$L100k
10
15
20
10
15
20
25
30
M$mpg

2. Transformar "segundos hasta 1/4 de milla" en "segundos de 0 a 100 km/h"

Suponiendo que se parte del reposo y que el movimiento es uniformemente acelerado, las fórmulas que relacionan el espacio recorrido, la velocidad alcanzada y el tiempo empleado son:

$$\begin{aligned} e(t) &= \frac{1}{2} a\, t^2 \\ v(t) &= a\, t \end{aligned}$$

Aplicaremos estas expresiones a los datos de `mtcars`. Debemos tener cuidado sobre qué unidades usamos en las fórmulas:

1. espacio

$$\frac{1}{4} \text{ de milla} = \frac{1{,}609}{4} \text{ km} = 0{,}402 \text{ km} = e(\texttt{qsec}) = \frac{1}{2} a\, \texttt{qsec}^2$$

$$\Longrightarrow \qquad a = \frac{2 \times 0{,}402 \text{ km}}{\texttt{qsec}^2} = \frac{0{,}804 \text{ km}}{\texttt{qsec}^2}$$

   Esa aceleración a está expresada en km/s^2 (kilómetros por segundo cada segundo), por lo que vamos a expresar la velocidad en km/s (kilómetros por segundo) en vez de km/h.

2. velocidad

$$100 \text{ km/h} = \frac{100}{3600} \text{ km/s} = \frac{1}{36} \text{ km/s} = \frac{1 \text{ km}}{36 \text{ s}} = v(t) = a\, t = \frac{0{,}804 \text{ km}}{\texttt{qsec}^2}\, t$$

$$\Longrightarrow \qquad t = \frac{1 \text{ km} \cdot \texttt{qsec}^2}{0{,}804 \text{ km} \cdot 36 \text{ s}} = \frac{\texttt{qsec}^2}{28{,}944 \text{ s}}$$

Cálculo y comprobación:

```
> M$T100k <- M$qsec^2 / 28.944          # tiempo en segundos de 0 a 100 km/h
> head    (M[, c("qsec", "T100k")])

                   qsec     T100k
Mazda RX4         16.46  9.360544
Mazda RX4 Wag     17.02 10.008306
Datsun 710        18.61 11.965592
Hornet 4 Drive    19.44 13.056716
Hornet Sportabout 17.02 10.008306
Valiant           20.22 14.125498

> summary (M[, c("qsec", "T100k")])

      qsec           T100k
 Min.   :14.50   Min.   : 7.264
 1st Qu.:16.89   1st Qu.: 9.859
 Median :17.71   Median :10.837
 Mean   :17.85   Mean   :11.114
 3rd Qu.:18.90   3rd Qu.:12.341
 Max.   :22.90   Max.   :18.118
```

Un promedio de once segundos en pasar de 0 a 100 es razonable.

Transformar otras variables

Ya que hemos hecho la trasformación de `mpg` y `qsec` a unidades europeas, haremos lo mismo con

disp (cubicaje): pulgadas cúbicas ⟶ centímetros cúbicos

wt (peso): miles de libras ⟶ toneladas

```
> M$cubi <- M$disp * 2.54^3
> M$peso <- M$wt   * 0.4536
> ## dataframe con sólo variables en unidades europeas:
> M1     <- M [, c ("L100k", "cyl", "cubi", "hp", "drat", "peso",
+                   "T100k", "vs", "am", "gear", "carb")]
> round (head (M1), 2)
```

```
                  L100k cyl    cubi  hp drat peso T100k vs am gear carb
Mazda RX4         11.19   6 2621.93 110 3.90 1.19  9.36  0  1    4    4
Mazda RX4 Wag     11.19   6 2621.93 110 3.90 1.30 10.01  0  1    4    4
Datsun 710        10.31   4 1769.80  93 3.85 1.05 11.97  1  1    4    1
Hornet 4 Drive    10.99   6 4227.86 110 3.08 1.46 13.06  1  0    3    1
Hornet Sportabout 12.57   8 5899.34 175 3.15 1.56 10.01  0  0    3    2
Valiant           12.99   6 3687.09 105 2.76 1.57 14.13  1  0    3    1
```

3. Aplicar análisis de componentes principales

Aunque todas las variables son numéricas, un vistazo a la documentación de `mtcars` nos indica que dos de ellas, `am` (automático/manual) y `vs` (cilindros en V / en serie o línea), son cualitativas. Las excluiremos en principio del análisis.

3.1. ¿Matriz de covarianzas o de correlaciones?

Analizando las variables que quedan:

```
> head (M1 [, c("L100k","cyl","cubi","hp","drat",
+                   "peso","T100k","gear","carb")])
```

```
                   L100k cyl     cubi  hp drat     peso     T100k gear carb
Mazda RX4         11.19491   6 2621.930 110 3.90 1.188432  9.360544    4    4
Mazda RX4 Wag     11.19491   6 2621.930 110 3.90 1.304100 10.008306    4    4
Datsun 710        10.31110   4 1769.803  93 3.85 1.052352 11.965592    4    1
Hornet 4 Drive    10.98566   6 4227.863 110 3.08 1.458324 13.056716    3    1
Hornet Sportabout 12.57183   8 5899.343 175 3.15 1.560384 10.008306    3    2
Valiant           12.98857   6 3687.089 105 2.76 1.569456 14.125498    3    1
```

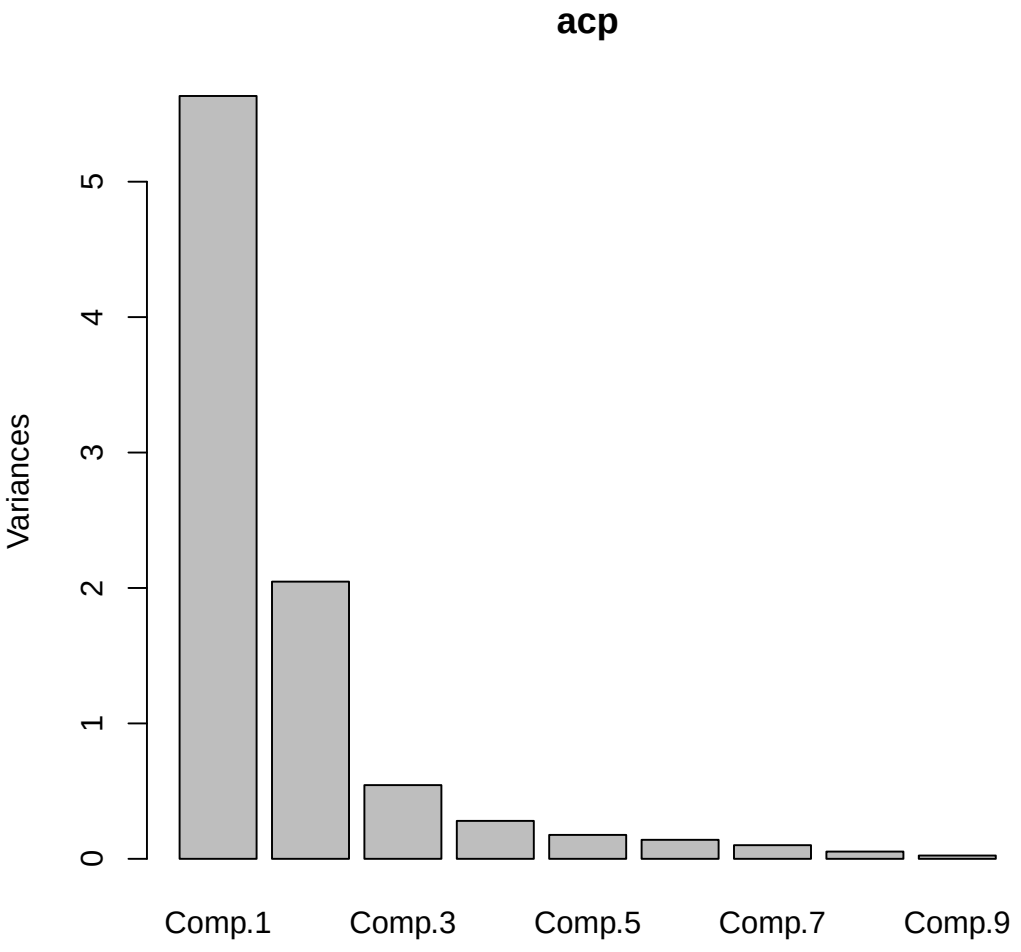
Las variables son de naturaleza muy distinta, en unidades que poco tienen que ver unas con otras, y las magnitudes de sus valores son completamente diferentes.

Por ello, realizaremos el análisis usando la matriz de correlaciones:

```
> acp <- princomp (~ L100k + cyl + cubi + hp + drat +
+                     peso + T100k + gear + carb,
+                   data = M1,
+                   cor = TRUE)
```

3.2. ¿Cuántas componentes principales?

```
> summary (acp)

Importance of components:
                          Comp.1    Comp.2     Comp.3    Comp.4     Comp.5
Standard deviation     2.3733559 1.4306692 0.73784598 0.5292828 0.42039691
Proportion of Variance 0.6258687 0.2274238 0.06049074 0.0311267 0.01963706
Cumulative Proportion  0.6258687 0.8532925 0.91378328 0.9449100 0.96454704
                           Comp.6     Comp.7      Comp.8      Comp.9
Standard deviation     0.37460274 0.31748552 0.231552844 0.155998830
Proportion of Variance 0.01559191 0.01119967 0.005957413 0.002703959
Cumulative Proportion  0.98013895 0.99133863 0.997296041 1.000000000

> plot (acp)
```


acp
Variances
0
1
2
3
4
5
Comp.1
Comp.3
Comp.5
Comp.7
Comp.9

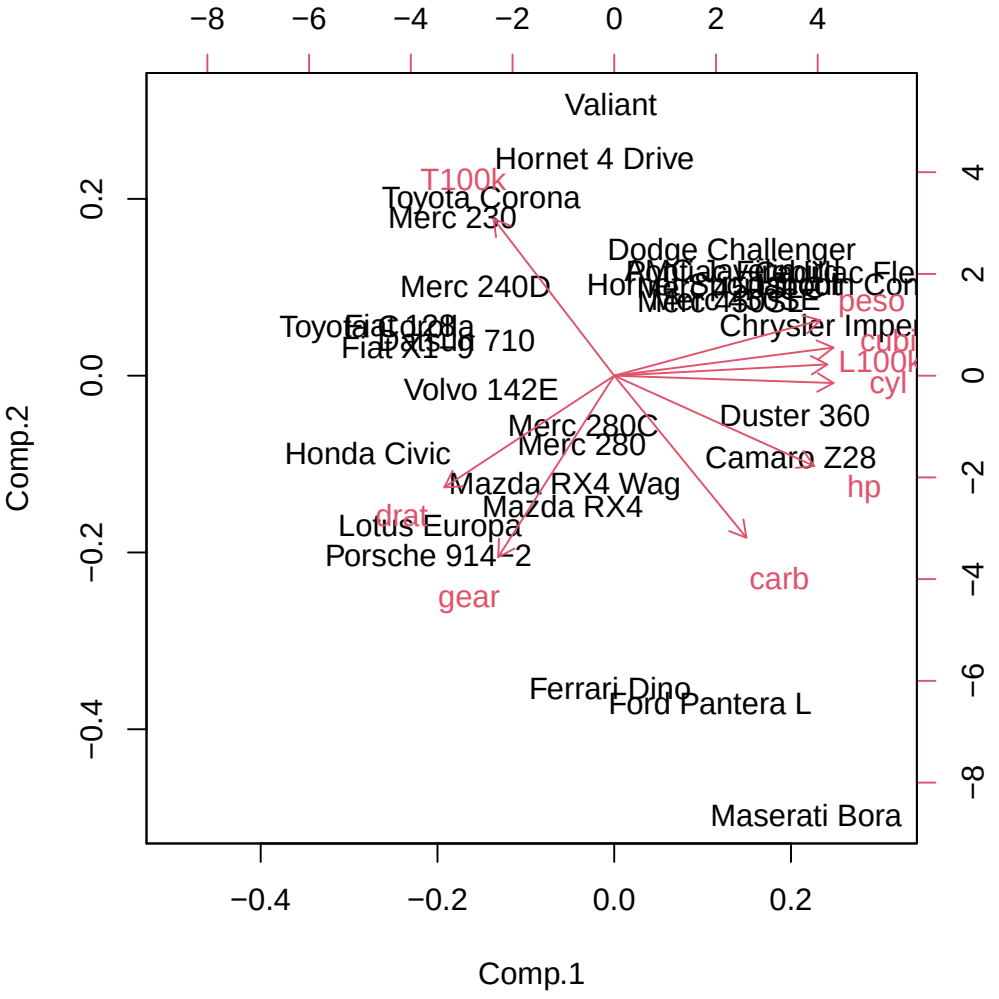
- Con una componente no se llega al 70 %
- Con dos componentes se sobrepasa el 85 %
- La tercera componente explica mucho menos que la segunda.
- Se aprecia en el gráfico de barras la forma del "codo" que sugiere quedarse con dos componentes.

3.3. Significado de cada componente

```
> names (acp)

[1] "sdev"     "loadings" "center"   "scale"    "n.obs"    "scores"   "call"

> acp $ loadings [, 1:2]

          Comp.1      Comp.2
L100k  0.3901074  0.03423539
cyl    0.4014256 -0.02238517
cubi   0.4014380  0.08525626
hp     0.3661841 -0.27442208
drat  -0.3111216 -0.33924026
peso   0.3771095  0.16834845
T100k -0.2208211  0.47633254
gear  -0.2124568 -0.55089400
carb   0.2419139 -0.49188280

> round (sort (acp $ loadings [, 1]), 3)

  drat  T100k   gear   carb     hp   peso  L100k    cyl   cubi
-0.311 -0.221 -0.212  0.242  0.366  0.377  0.390  0.401  0.401

> round (sort (acp $ loadings [, 2]), 3)

  gear   carb   drat     hp    cyl  L100k   cubi   peso  T100k
-0.551 -0.492 -0.339 -0.274 -0.022  0.034  0.085  0.168  0.476
```

```
> head (acp$scores[,1:2])

                     Comp.1     Comp.2
Mazda RX4         -0.7834578 -1.1930277
Mazda RX4 Wag     -0.7481317 -1.0092614
Datsun 710        -2.3982122  0.3250471
Hornet 4 Drive    -0.2968024  1.9872478
Hornet Sportabout  1.5136855  0.8127920
Valiant           -0.0482835  2.4813268

> names (head (sort (acp $ scores [, 1])))

[1] "Honda Civic"    "Toyota Corolla" "Fiat 128"       "Fiat X1-9"
[5] "Porsche 914-2"  "Lotus Europa"

> names (tail (sort (acp $ scores [, 1])))

[1] "Camaro Z28"          "Duster 360"          "Maserati Bora"
[4] "Chrysler Imperial"   "Cadillac Fleetwood"  "Lincoln Continental"

> names (head (sort (acp $ scores [, 2])))

[1] "Maserati Bora"  "Ford Pantera L" "Ferrari Dino"   "Porsche 914-2"
[5] "Lotus Europa"   "Mazda RX4"

> names (tail (sort (acp $ scores [, 2])))

[1] "AMC Javelin"      "Dodge Challenger" "Merc 230"         "Toyota Corona"
[5] "Hornet 4 Drive"   "Valiant"
```

```
> biplot (acp)
```


−8
−6
−4
−2
0
2
4
Valiant
Hornet 4 Drive
T100k
Toyota Corona
Merc 230
Dodge Challenger
Merc 240D
peso
Chrysler Impe
Fiat 128
Fiat X1-9
710
Volvo 142E
Merc 280C
Duster 360
Honda Civic
Merc 280
Camaro Z28
Mazda RX4 Wag
hp
Mazda RX4
drat
Lotus Europa
Porsche 914-2
carb
gear
Ferrari Dino
Ford Pantera L
Maserati Bora
0.2
0.0
−0.2
−0.4
Comp.2
4
2
0
−2
−4
−6
−8
−0.4
−0.2
0.0
0.2
Comp.1

Primera componente

Parece ser el eje de "tamaño en general" por:

- Tiene coeficientos positivos para mayoría de variables que intuitivamente tienen relación directa con el tamaño.
- Tiene coeficiente negativo con `T100k`.

Matizaciones:

- Llama la atención el coef. negativo de `gear`.
- El de `drat` es difícil de interpretar; en principio,
  - `drat` pequeño = coche que responde rápidamente;
  - `drat` grande = coche que ahorra combustible;

Segunda componente

Coches con puntuaciones altas en esta componente tienen

- poca `hp`,
- poca aceleración (mucho `T100k`),
- pocas marchas y pocos carburadores.

Este eje podría etiquetarse como "estilo, línea o carácter del coche".
Separaría coches con "carácter deportivo" de coches con "carácter familiar".

3.4. Comportamiento de las CC.PP. según...

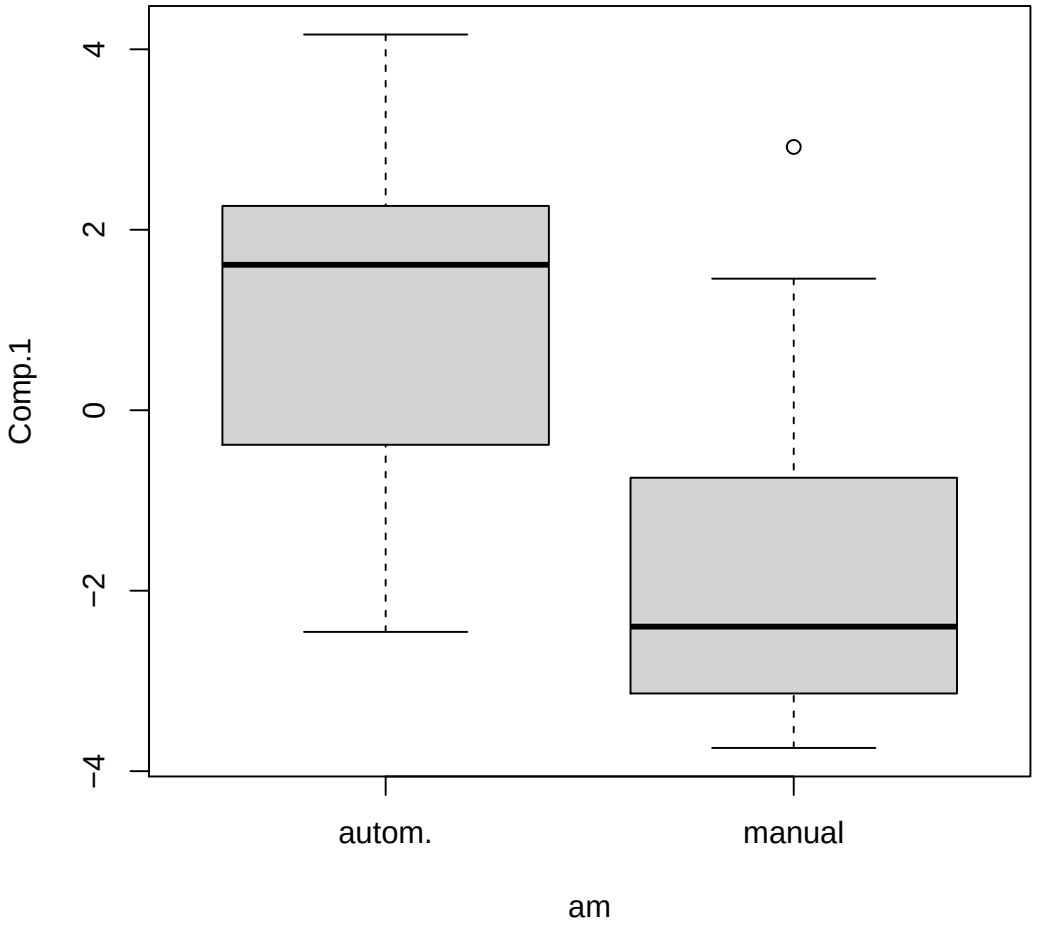
Añadimos las componentes a los datos:

```
> M1 <- cbind (M1, acp$scores[,1:2])
> round (cor (M1), 1)
```

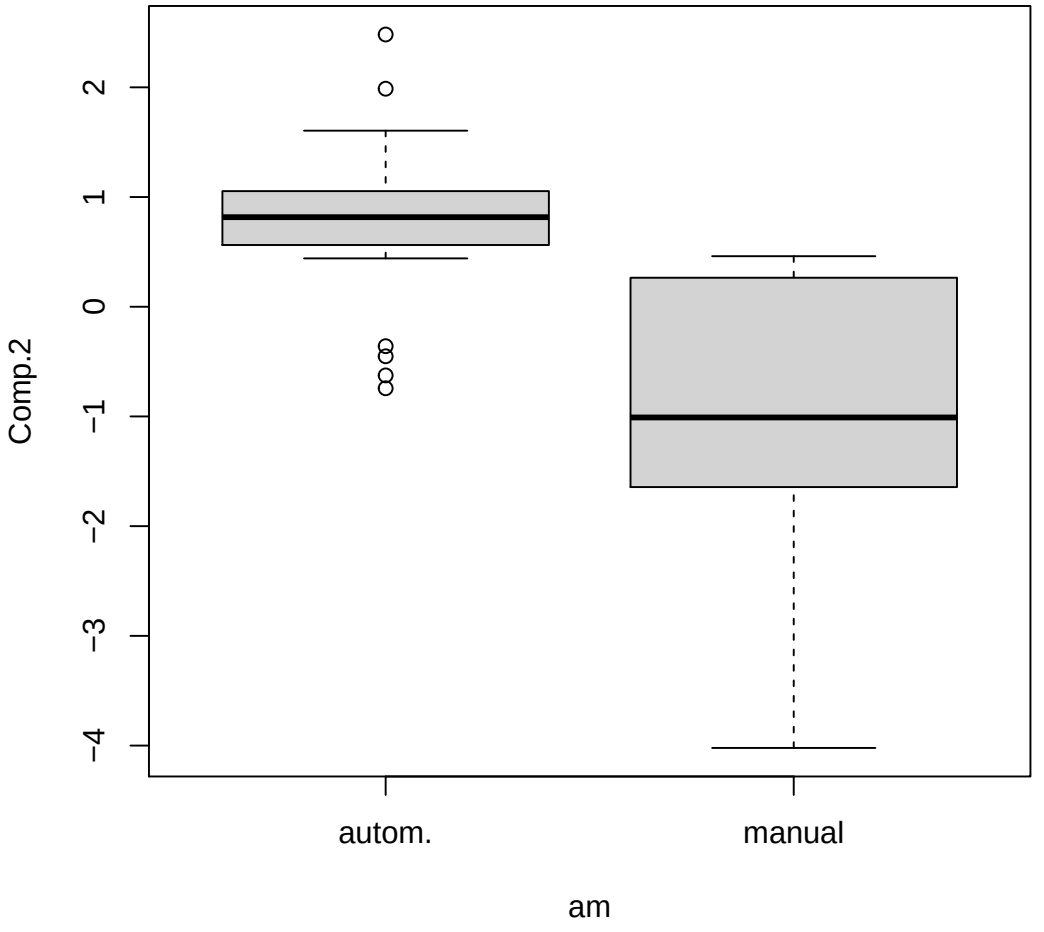
```
       L100k  cyl cubi   hp drat peso T100k   vs   am gear carb Comp.1 Comp.2
L100k    1.0  0.8  0.9  0.8 -0.6  0.9  -0.4 -0.6 -0.5 -0.5  0.5    0.9    0.0
cyl      0.8  1.0  0.9  0.8 -0.7  0.8  -0.6 -0.8 -0.5 -0.5  0.5    1.0    0.0
cubi     0.9  0.9  1.0  0.8 -0.7  0.9  -0.4 -0.7 -0.6 -0.6  0.4    1.0    0.1
hp       0.8  0.8  0.8  1.0 -0.4  0.7  -0.7 -0.7 -0.2 -0.1  0.7    0.9   -0.4
drat    -0.6 -0.7 -0.7 -0.4  1.0 -0.7   0.1  0.4  0.7  0.7 -0.1   -0.7   -0.5
peso     0.9  0.8  0.9  0.7 -0.7  1.0  -0.2 -0.6 -0.7 -0.6  0.4    0.9    0.2
T100k   -0.4 -0.6 -0.4 -0.7  0.1 -0.2   1.0  0.7 -0.2 -0.2 -0.6   -0.5    0.7
vs      -0.6 -0.8 -0.7 -0.7  0.4 -0.6   0.7  1.0  0.2  0.2 -0.6   -0.8    0.3
am      -0.5 -0.5 -0.6 -0.2  0.7 -0.7  -0.2  0.2  1.0  0.8  0.1   -0.6   -0.6
gear    -0.5 -0.5 -0.6 -0.1  0.7 -0.6  -0.2  0.2  0.8  1.0  0.3   -0.5   -0.8
carb     0.5  0.5  0.4  0.7 -0.1  0.4  -0.6 -0.6  0.1  0.3  1.0    0.6   -0.7
Comp.1   0.9  1.0  1.0  0.9 -0.7  0.9  -0.5 -0.8 -0.6 -0.5  0.6    1.0    0.0
Comp.2   0.0  0.0  0.1 -0.4 -0.5  0.2   0.7  0.3 -0.6 -0.8 -0.7    0.0    1.0
```

3.4.1. ...tipo de trasmisión: automático o manual

```
> M1$am <- factor (M1$am, labels = c ("autom.", "manual"))
> boxplot (Comp.1 ~ am, M1)
```


Comp.1
4
2
0
−2
−4
autom.
manual
am

```
> boxplot (Comp.2 ~ am, M1)
```

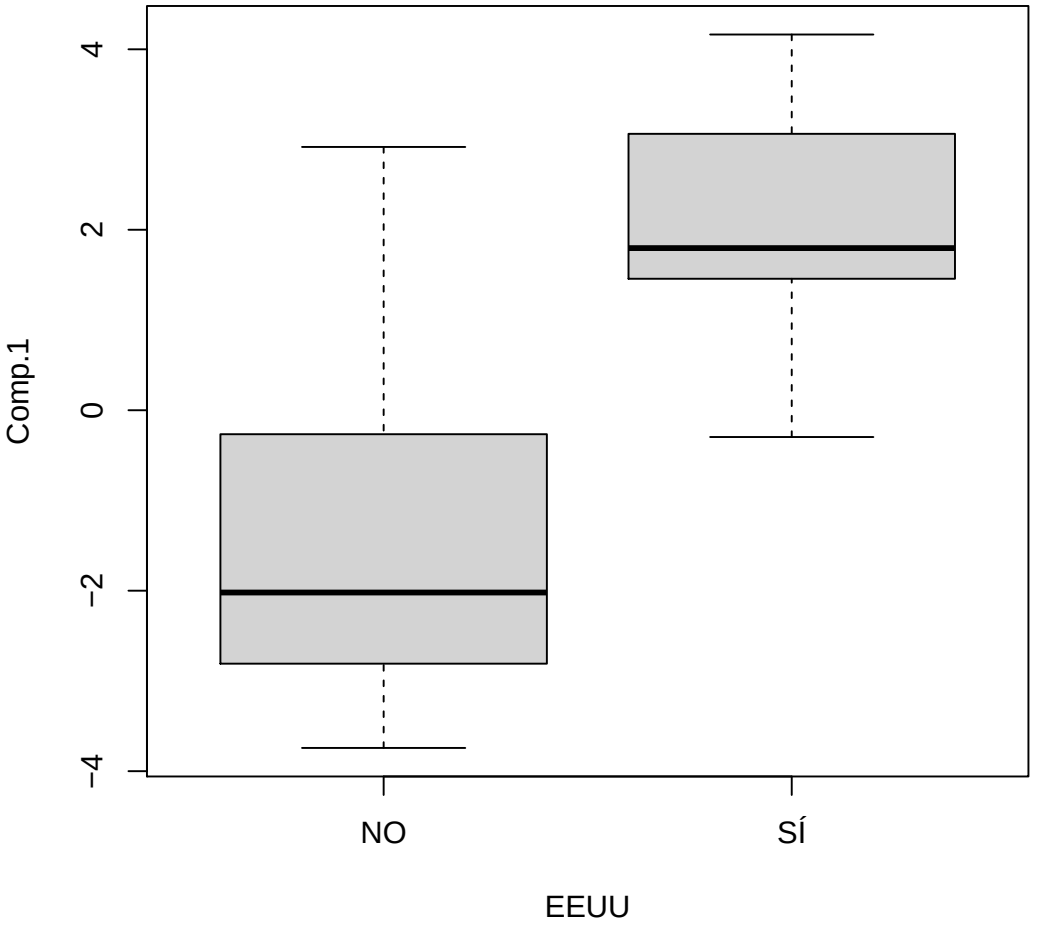

Comp.2
2
1
0
−1
−2
−3
−4
autom.
manual
am

Hay una separación bastante nítida entre grupos en ambas variables:

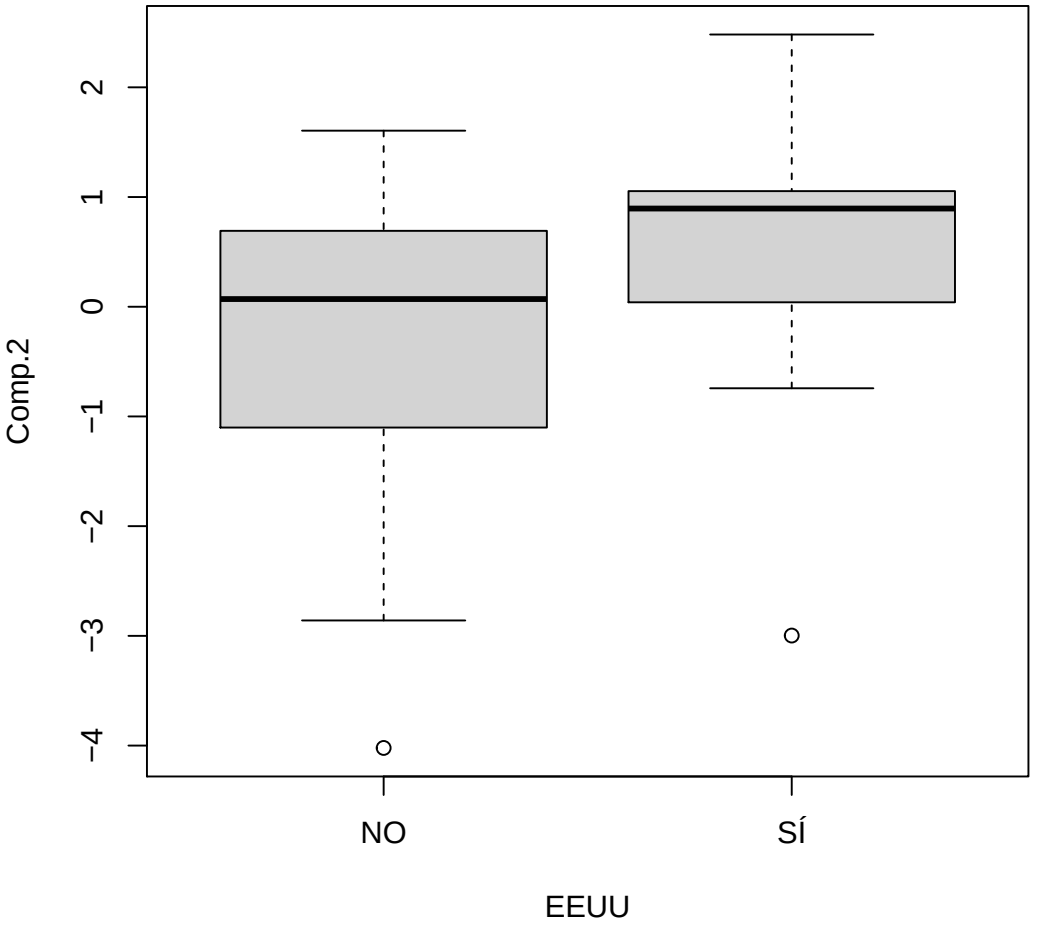
- En la primera componente, “automático” está asociado a coche “grande”.
- En la segunda, “automático” está asociado a coche “familiar”, y “manual” a “deportivo”.

3.4.2. ...lugar de fabricación: EE.UU. o extranjero

```
> M1$pais <- NA
> M1 [grep ("^Mazda",    rownames(M1)), "pais"] <- "Japón"
> M1 [grep ("^Datsun",   rownames(M1)), "pais"] <- "Japón"
> M1 [grep ("^Hornet",   rownames(M1)), "pais"] <- "EE.UU."
> M1 [grep ("^Valiant",  rownames(M1)), "pais"] <- "EE.UU."
> M1 [grep ("^Duster",   rownames(M1)), "pais"] <- "EE.UU."
> M1 [grep ("^Merc",     rownames(M1)), "pais"] <- "Alemania"
> M1 [grep ("^Cadillac", rownames(M1)), "pais"] <- "EE.UU."
> M1 [grep ("^Lincoln",  rownames(M1)), "pais"] <- "EE.UU."
> M1 [grep ("^Chrysler", rownames(M1)), "pais"] <- "EE.UU."
> M1 [grep ("^Fiat",     rownames(M1)), "pais"] <- "Italia"
> M1 [grep ("^Honda",    rownames(M1)), "pais"] <- "Japón"
> M1 [grep ("^Toyota",   rownames(M1)), "pais"] <- "Japón"
> M1 [grep ("^Dodge",    rownames(M1)), "pais"] <- "EE.UU."
> M1 [grep ("^AMC",      rownames(M1)), "pais"] <- "EE.UU."
> M1 [grep ("^Camaro",   rownames(M1)), "pais"] <- "EE.UU."
> M1 [grep ("^Pontiac",  rownames(M1)), "pais"] <- "EE.UU."
> M1 [grep ("^Porsche",  rownames(M1)), "pais"] <- "Alemania"
> M1 [grep ("^Lotus",    rownames(M1)), "pais"] <- "R.U."
> M1 [grep ("^Ford",     rownames(M1)), "pais"] <- "EE.UU."
> M1 [grep ("^Ferrari",  rownames(M1)), "pais"] <- "Italia"
> M1 [grep ("^Maserati", rownames(M1)), "pais"] <- "Italia"
> M1 [grep ("^Volvo",    rownames(M1)), "pais"] <- "Suecia"
> M1$EEUU <- factor (M1$pais == "EE.UU.", labels = c ("NO", "SÍ"))
> boxplot (Comp.1 ~ EEUU, M1)
```


Comp.1
4
2
0
−2
−4
NO
SÍ
EEUU

```
> boxplot (Comp.2 ~ EEUU, M1)
```


Comp.2
2
1
0
−1
−2
−3
−4
NO
SÍ
EEUU

Ahora la separación entre los grupos no es nítida, peso se conserva en cierto grado:

- En la primera componente, "estadounidense" está asociado a coche "grande".
- En la segunda, "estadounidense" está algo asociado a coche "familiar", y los "deportivos" corresponderían a europeos y japoneses.

La coincidencia de conclusiones sugiere que la variable `am` tiene cierta relación con la variable `EEUU`. Calculemos una tabla de contingencia:

```
> table (M1 [, c ("am", "EEUU")])

        EEUU
am       NO SÍ
  autom.  8 11
  manual 12  1
```

Entre los carros de trasmisión manual sólo hay uno estadounidense; entre los automáticos, algo más de la mitad. Por tanto, hay cierta relación entre ambas variables pero no es alta.