

Análisis de correspondencias

6 de marzo de 2023

El objetivo del análisis de correspondencias es analizar la razón por la cual dos variables cualitativas no son independientes. Se utiliza habitualmente en tablas de contingencia de gran tamaño.

1. Notación

Supongamos que se dispone de una tabla de contingencia, donde la variable representada en las filas tiene n categorías y la que aparece en columnas, p .

$$\begin{aligned}k_{ij} &= \text{número de respuestas en la fila } i \text{ columna } j \\k &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p k_{ij} = \text{número total de observaciones} \\f_{ij} &= \frac{k_{ij}}{k} = \text{frecuencia relativa de la celda } i, j \\f_{i\cdot} &= \sum_{j=1}^p f_{ij} = \text{frecuencia relativa de la fila } i \\f_{\cdot j} &= \sum_{i=1}^n f_{ij} = \text{frecuencia relativa de la columna } j\end{aligned}$$

2. Resumen

Perfil de los puntos fila

$$i = \left(\frac{f_{ij}}{f_{i\cdot}} \right)_{j=1}^p$$

Distancia entre los puntos fila i, i'

$$d^2(i, i') = \sum_{j=1}^p \frac{1}{f_{\cdot j}} \left(\frac{f_{ij}}{f_{i\cdot}} - \frac{f_{i'j}}{f_{i'\cdot}} \right)^2 = \sum_{j=1}^p \left(\frac{f_{ij}}{f_{i\cdot} \sqrt{f_{\cdot j}}} - \frac{f_{i'j}}{f_{i'\cdot} \sqrt{f_{\cdot j}}} \right)^2$$

Perfil de los puntos columna

$$j = \left(\frac{f_{ij}}{f_{\cdot j}} \right)_{i=1}^n$$

Distancia entre los puntos columna j, j'

$$d^2(j, j') = \sum_{i=1}^n \frac{1}{f_{i\cdot}} \left(\frac{f_{ij}}{f_{\cdot j}} - \frac{f_{ij'}}{f_{\cdot j'}} \right)^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{f_{ij}}{f_{\cdot j} \sqrt{f_{i\cdot}}} - \frac{f_{ij'}}{f_{\cdot j'} \sqrt{f_{i\cdot}}} \right)^2$$

Puntuaciones en las componentes principales en el espacio $\mathbb{R}^n$

- Valores originales

$$i = \left(\frac{f_{ij}}{f_{i\cdot} \sqrt{f_{\cdot j}}} \right)_{j=1}^p$$

- Valores originales centrados:

$$i = \left(\frac{f_{ij}}{f_{i\cdot} \sqrt{f_{\cdot j}}} - \sqrt{f_{\cdot j}} \right)_{j=1}^p$$

- Componentes principales en el eje α

$$\psi_{\alpha i} = \sum_{j=1}^p \left(\frac{f_{ij}}{f_{i\cdot} \sqrt{f_{\cdot j}}} - \sqrt{f_{\cdot j}} \right) u_{\alpha j} = \sum_{j=1}^p \frac{f_{ij}}{f_{i\cdot} \sqrt{f_{\cdot j}}} u_{\alpha j}$$

Puntuaciones en las componentes principales en el espacio $\mathbb{R}^p$

- Valores originales

$$j = \left(\frac{f_{ij}}{f_{\cdot j} \sqrt{f_{i\cdot}}} \right)_{i=1}^n$$

- Valores originales centrados:

$$j = \left(\frac{f_{ij}}{f_{\cdot j} \sqrt{f_{i\cdot}}} - \sqrt{f_{i\cdot}} \right)_{i=1}^n$$

- Componentes principales en el eje α

$$\varphi_{\alpha j} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{f_{ij}}{f_{\cdot j} \sqrt{f_{i\cdot}}} - \sqrt{f_{i\cdot}} \right) v_{\alpha i} = \sum_{i=1}^n \frac{f_{ij}}{f_{\cdot j} \sqrt{f_{i\cdot}}} v_{\alpha i}$$

Relaciones entre las componentes de los dos espacios:

- Puntos fila en el espacio de los puntos columna

$$\psi_{\alpha i} = \frac{1}{\lambda_{\alpha}} \sum_{j=1}^p \frac{f_{ij}}{f_{i\cdot}} \varphi_{\alpha j}$$

- Puntos columna en el espacio de los puntos fila

$$\varphi_{\alpha j} = \frac{1}{\lambda_{\alpha}} \sum_{i=1}^n \frac{f_{ij}}{f_{\cdot j}} \psi_{\alpha i}$$

Contribuciones absolutas y relativas:

absoluta Representa la parte de la variabilidad del eje α que se debe a cada punto

$$\text{Ca}_{\alpha}(i) = \frac{f_{i\cdot} \psi_{\alpha i}^2}{\lambda_{\alpha}}$$

relativas Representa la aportación del eje α a la distancia del punto i respecto al centro de las puntuaciones

$$\text{Cr}_i(\alpha) = \frac{\psi_{\alpha i}^2}{d^2(i, G)}$$

3. Nubes de puntos: el espacio $\mathbb{R}^p$

Cada punto fila se caracteriza mediante las frecuencias relativas de las p categorías condicionadas a la categoría fila i :

$$i \rightarrow \left(\frac{f_{ij}}{f_{i\cdot}} \right)_{j=1}^p \quad \text{perfil del punto } i$$

Si se verificase la hipótesis de independencia, se verificaría que $f_{ij} = f_{i\cdot} \times f_{\cdot j}$ y por lo tanto

$$\left(\frac{f_{ij}}{f_{i\cdot}} \right)_{j=1}^p = \left(\frac{f_{i\cdot} \times f_{\cdot j}}{f_{i\cdot}} \right)_{j=1}^p = (f_{\cdot j})_{j=1}^p$$

es decir, los perfiles de los puntos fila serían idénticos. Por tanto, lo que interesa es analizar la variabilidad que existe entre los puntos fila y determinar cuáles son más diferentes y en qué categoría ocurre.

Para ello se define una distancia entre los puntos fila:

$$d^2(i, i') = \sum_{j=1}^p \frac{1}{f_{\cdot j}} \left(\frac{f_{ij}}{f_{i\cdot}} - \frac{f_{i'j}}{f_{i'\cdot}} \right)^2$$

4. Propiedades de la distancia

Si dos puntos fila i_1 e i_2 tienen idénticos perfiles, es decir, $\frac{f_{i_1 j}}{f_{i_1 \cdot}} = \frac{f_{i_2 j}}{f_{i_2 \cdot}}$, $j = 1, \dots, p$, y se agrupan en una única categoría i_0 , la distancia $d^2(j, j')$ queda invariante:

$$i_0 = i_1 + i_2 \equiv \begin{cases} f_{i_0 j} = f_{i_1 j} + f_{i_2 j} \\ f_{i_0 \cdot} = f_{i_1 \cdot} + f_{i_2 \cdot} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} d^2(j, j') &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{f_{i \cdot}} \left(\frac{f_{ij}}{f_{\cdot j}} - \frac{f_{ij'}}{f_{\cdot j'}} \right)^2 \\ &= \sum_{i \neq i_1, i_2} \frac{1}{f_{i \cdot}} \left(\frac{f_{ij}}{f_{\cdot j}} - \frac{f_{ij'}}{f_{\cdot j'}} \right)^2 \\ &\quad + \frac{1}{f_{i_1 \cdot}} \left(\frac{f_{i_1 j}}{f_{\cdot j}} - \frac{f_{i_1 j'}}{f_{\cdot j'}} \right)^2 + \frac{1}{f_{i_2 \cdot}} \left(\frac{f_{i_2 j}}{f_{\cdot j}} - \frac{f_{i_2 j'}}{f_{\cdot j'}} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad \frac{1}{f_{i_1 \cdot}} \left(\frac{f_{i_1 j}}{f_{\cdot j}} - \frac{f_{i_1 j'}}{f_{\cdot j'}} \right)^2 &= \frac{f_{i_1 \cdot}^2}{f_{i_1 \cdot}} \left(\frac{f_{i_1 j}/f_{i_1 \cdot}}{f_{\cdot j}} - \frac{f_{i_1 j'}/f_{i_1 \cdot}}{f_{\cdot j'}} \right)^2 \\ &= f_{i_1 \cdot} \left(\frac{f_{i_0 j}/f_{i_0 \cdot}}{f_{\cdot j}} - \frac{f_{i_0 j'}/f_{i_0 \cdot}}{f_{\cdot j'}} \right)^2 \\ &= \frac{f_{i_1 \cdot}}{f_{i_0 \cdot}^2} \left(\frac{f_{i_0 j}}{f_{\cdot j}} - \frac{f_{i_0 j'}}{f_{\cdot j'}} \right)^2 \end{aligned}$$

$$(2) \quad \frac{1}{f_{i_2 \cdot}} \left(\frac{f_{i_2 j}}{f_{\cdot j}} - \frac{f_{i_2 j'}}{f_{\cdot j'}} \right)^2 = \frac{f_{i_2 \cdot}}{f_{i_0 \cdot}^2} \left(\frac{f_{i_0 j}}{f_{\cdot j}} - \frac{f_{i_0 j'}}{f_{\cdot j'}} \right)^2$$

$$\begin{aligned} (1) + (2) &= \frac{f_{i_1 \cdot} + f_{i_2 \cdot}}{f_{i_0 \cdot}^2} \left(\frac{f_{i_0 j}}{f_{\cdot j}} - \frac{f_{i_0 j'}}{f_{\cdot j'}} \right)^2 = \frac{f_{i_0 \cdot}}{f_{i_0 \cdot}^2} \left(\frac{f_{i_0 j}}{f_{\cdot j}} - \frac{f_{i_0 j'}}{f_{\cdot j'}} \right)^2 \\ &= \frac{1}{f_{i_0 \cdot}} \left(\frac{f_{i_0 j}}{f_{\cdot j}} - \frac{f_{i_0 j'}}{f_{\cdot j'}} \right)^2 \end{aligned}$$

ya que $\frac{f_{i_1 j}}{f_{i_1 \cdot}} = \frac{f_{i_2 j}}{f_{i_2 \cdot}} = \frac{f_{i_0 j}}{f_{i_0 \cdot}}$.

5. Análisis de componentes principales

Dado que el objetivo es analizar la variabilidad entre los puntos, aplicaremos el análisis de componentes principales, caracterizando cada punto fila con el siguiente vector de valores:

$$i \rightarrow \left(\frac{f_{ij}}{f_{i \cdot} \sqrt{f_{\cdot j}}} \right)_{j=1}^p$$

ya que de esta manera la distancia entre dos puntos i, i' es una distancia euclídea:

$$d^2(i, i') = \sum_{j=1}^p \frac{1}{f_{\cdot j}} \left(\frac{f_{ij}}{f_{i\cdot}} - \frac{f_{i'j}}{f_{i'\cdot}} \right)^2 = \sum_{j=1}^p \left(\frac{f_{ij}}{f_{i\cdot} \sqrt{f_{\cdot j}}} - \frac{f_{i'j}}{f_{i'\cdot} \sqrt{f_{\cdot j}}} \right)^2$$

Las etapas del análisis son las siguientes:

- Centrar las variables.
- Calcular la matriz de varianzas-covarianzas.
- Obtener los valores y vectores propios.
- Calcular las componentes principales.
- Interpretar su significado.

Desarrollo:

- Centrar las variables, que se corresponden con las modalidades de respuesta.

$$E(j) = \sum_{i=1}^n \frac{f_{ij}}{f_{i\cdot} \sqrt{f_{\cdot j}}} \times f_{i\cdot} = \frac{1}{\sqrt{f_{\cdot j}}} \sum_{i=1}^n f_{ij} = \frac{1}{\sqrt{f_{\cdot j}}} f_{\cdot j} = \sqrt{f_{\cdot j}}$$

Las puntuaciones centradas de los puntos filas son

$$i \rightarrow \left(\frac{f_{ij}}{f_{i\cdot} \sqrt{f_{\cdot j}}} - \sqrt{f_{\cdot j}} \right)_{j=1}^p$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}(j, j') &= \sum_{i=1}^n f_{i\cdot} \left(\frac{f_{ij}}{f_{i\cdot} \sqrt{f_{\cdot j}}} - \sqrt{f_{\cdot j}} \right) \left(\frac{f_{ij'}}{f_{i\cdot} \sqrt{f_{\cdot j'}}} - \sqrt{f_{\cdot j'}} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{f_{ij}}{\sqrt{f_{i\cdot} f_{\cdot j}}} - \sqrt{f_{i\cdot} f_{\cdot j}} \right) \left(\frac{f_{ij'}}{\sqrt{f_{i\cdot} f_{\cdot j'}}} - \sqrt{f_{i\cdot} f_{\cdot j'}} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n x_{ij} x_{ij'} \end{aligned}$$

$$\text{con } x_{ij} = \frac{f_{ij}}{\sqrt{f_{i\cdot} f_{\cdot j}}} - \sqrt{f_{i\cdot} f_{\cdot j}}.$$

La matriz de varianzas-covarianzas será $T = X^t \cdot X$. Sean $\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_p$ los vectores propios de T ordenados según los valores propios correspondientes, de mayor a menor.

Teorema 1 *La matriz $X^t \cdot X$ tiene un valor propio igual a cero, cuyo vector propio es $\vec{u}_p = (\sqrt{f_{\cdot j}})_{j=1}^p$.*

Demostración

$$X^t X \vec{u}_p = \vec{0} \iff \vec{u}_p^t X^t X \vec{u}_p = 0, \text{ es decir, } X \vec{u}_p = \vec{0}$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^p \left(\frac{f_{ij}}{\sqrt{f_{i \cdot} f_{\cdot j}}} - \sqrt{f_{i \cdot} f_{\cdot j}} \right) \sqrt{f_{\cdot j}} &= \sum_{j=1}^p \left(\frac{f_{ij}}{\sqrt{f_{i \cdot}}} - \sqrt{f_{i \cdot} f_{\cdot j}} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{f_{i \cdot}}} \sum_{j=1}^p f_{ij} - \sqrt{f_{i \cdot}} \sum_{j=1}^p f_{\cdot j} \\ &= \frac{f_{i \cdot}}{\sqrt{f_{i \cdot}}} - \sqrt{f_{i \cdot}} = 0 \end{aligned}$$

Teorema 2 *Todo vector propio $\vec{u}_\alpha$ de $X^t X$, con $\alpha \neq p$ y valor propio λ_α , también es vector propio de $X^{*t} X^*$ asociado a λ_α , siendo*

$$x_{ij}^* = \frac{f_{ij}}{\sqrt{f_{i \cdot} f_{\cdot j}}}$$

Demostración

$$\begin{aligned} X^t X \vec{u}_\alpha &= X^{*t} X^* \vec{u}_\alpha = \lambda_\alpha \vec{u}_\alpha \\ \sum_{j'} j' &= 1^p \sum_{i=1}^n \left(\frac{f_{ij} - f_{i \cdot} f_{\cdot j}}{\sqrt{f_{i \cdot} f_{\cdot j}}} \right) \left(\frac{f_{ij'} - f_{i \cdot} f_{\cdot j'}}{\sqrt{f_{i \cdot} f_{\cdot j'}}} \right) u_{\alpha j'} \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{f_{ij} - f_{i \cdot} f_{\cdot j}}{\sqrt{f_{i \cdot} f_{\cdot j}}} \right) \left[\sum_{j'=1}^p \frac{f_{ij'}}{\sqrt{f_{i \cdot} f_{\cdot j'}}} u_{\alpha j'} - \sqrt{f_{i \cdot}} \sum_{j'=1}^p \sqrt{f_{\cdot j'}} u_{\alpha j'} \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j'=1}^p \left(\frac{f_{ij} - f_{i \cdot} f_{\cdot j}}{\sqrt{f_{i \cdot} f_{\cdot j}}} \right) \frac{f_{ij'}}{\sqrt{f_{i \cdot} f_{\cdot j'}}} u_{\alpha j'} = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j'=1}^p \frac{f_{ij}}{\sqrt{f_{i \cdot} f_{\cdot j}}} \frac{f_{ij'}}{\sqrt{f_{i \cdot} f_{\cdot j'}}} u_{\alpha j'} - \sum_{i=1}^n \sum_{j'=1}^p \frac{f_{i \cdot} f_{\cdot j}}{\sqrt{f_{i \cdot} f_{\cdot j}}} \frac{f_{ij'}}{\sqrt{f_{i \cdot} f_{\cdot j'}}} u_{\alpha j'} \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j'=1}^p \frac{f_{ij}}{\sqrt{f_{i \cdot} f_{\cdot j}}} \frac{f_{ij'}}{\sqrt{f_{i \cdot} f_{\cdot j'}}} u_{\alpha j'} - \sqrt{f_{\cdot j}} \sum_{j'=1}^p \frac{u_{\alpha j'}}{\sqrt{f_{\cdot j'}}} \sum_{i=1}^n f_{ij'} \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j'=1}^p \frac{f_{ij}}{\sqrt{f_{i \cdot} f_{\cdot j}}} \frac{f_{ij'}}{\sqrt{f_{i \cdot} f_{\cdot j'}}} u_{\alpha j'} \end{aligned}$$

porque

$$\sum_{j'=1}^p \frac{u_{\alpha j'}}{\sqrt{f_{\cdot j'}}} \sum_{i=1}^n f_{ij'} = \sum_{j'=1}^p \frac{u_{\alpha j'}}{\sqrt{f_{\cdot j'}}} f_{\cdot j'} = \sum_{j'=1}^p u_{\alpha j'} \sqrt{f_{\cdot j'}} = 0$$

6. R

6.1. Estudiar la relación que existe entre el producto y las cualidades que les asignan los clientes

```
> Tabla <- c (68,60,67,45,35,  
+           12,13,13,15,12,  
+           95,84,94,63,49,  
+           30,32,32,36,28)  
> T <- matrix (Tabla, nrow=4, ncol=5, byrow=TRUE)  
> colnames (T) <-  
+   c ("Brillo", "Duracion", "Olor", "Comodidad", "Limpieza")  
> rownames (T) <- c("A", "B", "C", "D") # productos  
> prop.table (T, 1)
```

	Brillo	Duracion	Olor	Comodidad	Limpieza
A	0.2472727	0.2181818	0.2436364	0.1636364	0.1272727
B	0.1846154	0.2000000	0.2000000	0.2307692	0.1846154
C	0.2467532	0.2181818	0.2441558	0.1636364	0.1272727
D	0.1898734	0.2025316	0.2025316	0.2278481	0.1772152

```
> prop.table (T, 2)
```

	Brillo	Duracion	Olor	Comodidad	Limpieza
A	0.33170732	0.31746032	0.3252427	0.28301887	0.28225806
B	0.05853659	0.06878307	0.0631068	0.09433962	0.09677419
C	0.46341463	0.44444444	0.4563107	0.39622642	0.39516129
D	0.14634146	0.16931217	0.1553398	0.22641509	0.22580645

```
> ## en Ubuntu: sudo apt install r-cran-ca  
> ## o bien en R: install.packages("ca")  
> library (ca)  
> fit <- ca (T)  
> print (fit) # masas, inercias, distancias
```

```
Principal inertias (eigenvalues):  
      1      2      3  
Value  0.012582 6e-06 0  
Percentage 99.95%  0.05% 0%
```

```
Rows:  
      A      B      C      D  
Mass  0.311438 0.073613 0.436014 0.178935  
ChiDist 0.065222 0.208781 0.065075 0.186260  
Inertia 0.001325 0.003209 0.001846 0.006208  
Dim. 1  0.581422 -1.860199 0.580128 -1.660301
```

Dim. 2 -0.044351 3.016536 0.077138 -1.351749

Columns:

	Brillo	Duracion	Olor	Comodidad	Limpieza
Mass	0.232163	0.214043	0.233296	0.180068	0.140430
ChiDist	0.109845	0.033375	0.078534	0.157030	0.161638
Inertia	0.002801	0.000238	0.001439	0.004440	0.003669
Dim. 1	0.979262	0.297358	0.700025	-1.399622	-1.440441
Dim. 2	-0.084562	-0.487906	0.479702	-1.436375	1.928341

> summary (fit) # + calidades y contribuciones

Principal inertias (eigenvalues):

dim	value	%	cum%	scree plot
1	0.012582	21.0	100.0	*****
2	6e-06000	0.0	100.0	
3	00000000	0.0	100.0	

Total:		0.012588	100.0	

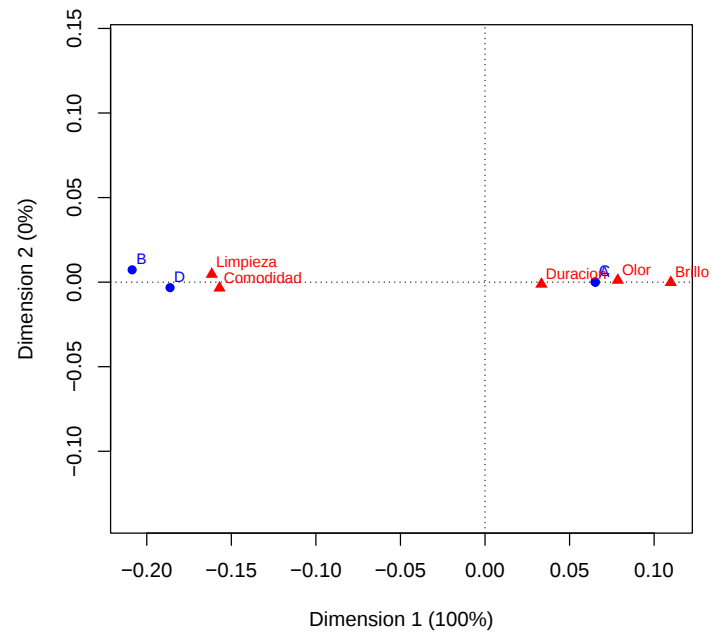
Rows:

	name	mass	qlt	inr	k=1	cor	ctr	k=2	cor	ctr
1	A	311	1000	105	65	1000	105	0	0	1
2	B	74	1000	255	-209	999	255	7	1	670
3	C	436	1000	147	65	1000	147	0	0	3
4	D	179	1000	493	-186	1000	493	-3	0	327

Columns:

	name	mass	qlt	inr	k=1	cor	ctr	k=2	cor	ctr
1	Brll	232	1000	223	110	1000	223	0	0	2
2	Drcn	214	1000	19	33	999	19	-1	1	51
3	Olor	233	1000	114	79	1000	114	1	0	54
4	Cmdd	180	1000	353	-157	1000	353	-3	0	372
5	Lmpz	140	1000	291	-162	999	291	5	1	522

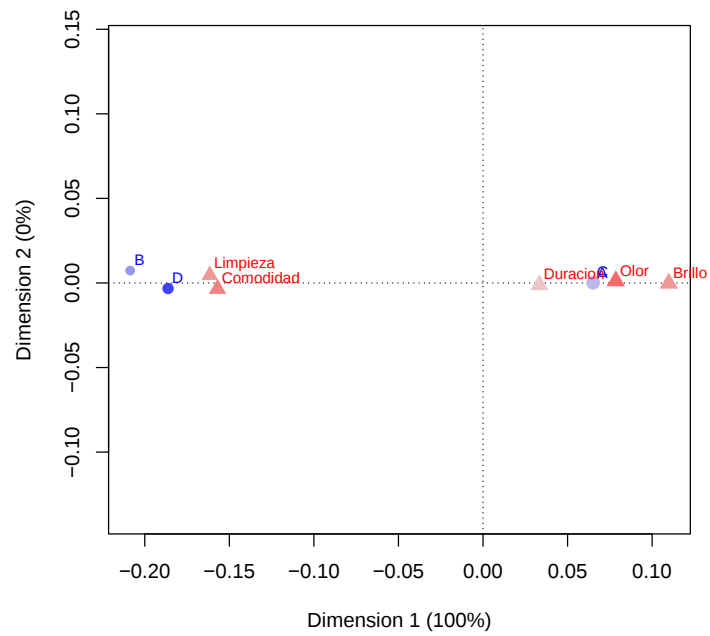
```
> plot (fit)    # mapa simétrico
```



```

> plot (fit,
+   mass = TRUE, # puntos proporcionales a la masa
+   contrib = "absolute"
+   ## intensidad del color según la inercia
+   )

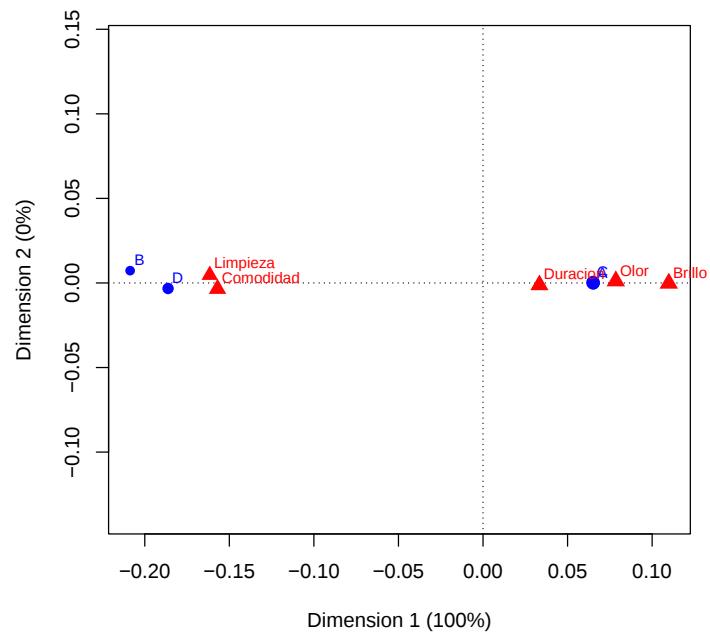
```



```

> plot (fit,
+   mass = TRUE, # puntos proporcionales a la masa
+   contrib = "relative"
+   ## intensidad según calidad de reconstrucción
+   )

```



6.2. Salida 1: fit

```
> names(fit) # para ver qué información contiene

[1] "sv"          "nd"          "rownames"    "rowmass"     "rowdist"
[6] "rowinertia"  "rowcoord"    "rowsup"      "colnames"    "colmass"
[11] "coldist"     "colinertia"  "colcoord"    "colsup"      "N"
[16] "call"

> ## desvíos típicos de las componentes
> ## (raíces cuadradas de los valores propios)
> fit$sv

[1] 0.1121674600 0.0024127691 0.0006347953

> ## coordenadas de las componentes tipificadas en puntos fila
> fit$rowcoord

      Dim1      Dim2      Dim3
A  0.5814217 -0.04435112 -1.36780514
B -1.8601985  3.01653604 -0.15743945
C  0.5801285  0.07713762  0.97519601
D -1.6603007 -1.35174854  0.06917413

> ## coordenadas de las componentes del punto fila 1 (producto A)
> fit$rowcoord[1,] # fit$rowcoord["A",]

      Dim1      Dim2      Dim3
0.58142168 -0.04435112 -1.36780514

> ## idem pero sin tipificar
> fit$rowcoord[1,] * fit$sv

      Dim1      Dim2      Dim3
0.0652165930 -0.0001070090 -0.0008682763

> ## variabilidad aportada por los puntos fila
> fit$rowinertia

[1] 0.001324849 0.003208730 0.001846397 0.006207788

> ## variabilidad aportada por el punto fila 1
> fit$rowinertia[1]

[1] 0.001324849

> ## cálculo de la inercia del punto fila 1
> sum ((fit$rowcoord[1,] * fit$sv) ^ 2) * fit$rowmass[1]

[1] 0.001324849
```

```
> ## distancia de los puntos fila al origen de coordenadas
> fit$rowdist

[1] 0.06522246 0.20878067 0.06507475 0.18626027

> ## cálculo de la distancia del punto 1
> sqrt (sum ((fit$rowcoord[1,] * fit$sv) ^ 2))

[1] 0.06522246
```

6.3. Salida 2: summary(fit)

```
> s2 <- summary(fit)
> names (s2)

[1] "scree"    "rows"     "columns"

> s2$rows

  name mass  qlt  inr  k=1  cor ctr  k=2 cor ctr
1   A  311 1000  105   65 1000 105    0   0   1
2   B   74 1000  255 -209  999 255    7   1 670
3   C  436 1000  147   65 1000 147    0   0   3
4   D  179 1000  493 -186 1000 493   -3   0 327

> s2$rows[,1] # nombres de categorías asociadas a cada fila

[1] "A" "B" "C" "D"

> s2$rows[,2] # frecuencia relativa en tanto por 1000

[1] 311  74 436 179

> round (1000 * apply(T,1,sum) / sum(T)) # cálculo desde datos

  A   B   C   D
311  74 436 179

> s2$rows[,3] # calidad de la reconstrucción en tanto por 1000

[1] 1000 1000 1000 1000

> s2$rows[,4] # inercia aportada por cada punto en tanto por 1000

[1] 105 255 147 493

> s2$rows[,5] # coordenadas en la primera componente, por 1000

[1]   65 -209   65 -186

> ## cor: contribución (relativa) del eje 1
> ## a la posición del punto, por 1000
> s2$rows[,6]

[1] 1000  999 1000 1000

> ## ctr: contribución (absoluta) de los puntos
> ## a variabilidad del eje 1, en tanto por 1000
> s2$rows[,7]
```

```

[1] 105 255 147 493

> ## cálculo de la ctr para el eje 1
> (aux <- s2$rows[,2] * s2$rows[,5]^2) / sum (aux)

[1] 0.1044400 0.2569235 0.1464174 0.4922191

> s2$rows[,8] # coordenadas en la 2a componente, por 1000

[1] 0 7 0 -3

> ## cor: contribución (relativa) del eje 2
> ## a la posición de un punto en tanto por 1000
> s2$rows[,9]

[1] 0 1 0 0

> ## ctr: contribución (absoluta) de los puntos
> ## a la variabilidad del eje 2 en tanto por 1000
> s2$rows[,10]

[1] 1 670 3 327

```