Estadística: práctica 4ª

1. Objetivos

Habiendo visto en la práctica anterior el cálculo de probabilidades, nos dedicaremos en ésta a la representación gráfica de distribuciones de probabilidad. Puede ser útil para comprobar a simple vista si un resultado numérico tiene sentido.

2. Distribuciones discretas

Las distribuciones discretas de probabilidad se pueden representar adecuadamente mediante gráficos de barras o columnas.

DISTR.BINOM (x;n;p;0)	Pr [X = x], X → B (n; p)
POISSON (x;λ;0)	Pr [X = x], X → P (λ)

2.1. Distribución binomial

Una variable que sigue distribución B (n; p) toma valores enteros entre cero y n (ambos inclusive). Como ejemplo, considérese que X sigue una B (15; 1/3). Para representar su distribución de probabilidades, seguiremos los siguientes pasos:

1. Escribiremos un cero en una celda de la hoja de cálculo (por ejemplo en la celda A2, según la ilustración 1).
2. Arrastraremos en vertical hasta conseguir los números enteros del cero al quince (ilustraciones 2 y 3).
3. A la derecha del cero escribiremos su probabilidad usando la expresión DISTR.BINOM(A2;15;1/3;0) como se explicó en la práctica anterior (ilustración 4).
4. Arrastraremos dicha fórmula en vertical para obtener la probabilidades desde el cero hasta el quince (ilustración 5).
5. Elaboramos un gráfico de barras o de columnas, teniendo en cuenta si se debe activar la opción de primera columna como etiqueta (ilustración 6).

Una vez tenemos el gráfico, podemos fácilmente darnos cuenta de cosas como que la moda coincide con la esperanza de la variable ($E(X) = n.p = 15.1/3 = 5$). Para representar gráficamente probabilidades de un suceso, se puede cambiar el color de las barras involucradas (ilustraciones 7 y 8).

	A	B
1	k	Pr [X = k]
2		0
3		
4		
5		

Ilustración 1

	A	B
1	k	Pr [X = k]
2		0
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		15
19		
20		

Ilustración 2

	A	B
1	k	Pr [X = k]
2		0
3		1
4		2
5		3
6		4
7		5
8		6
9		7
10		8
11		9
12		10
13		11
14		12
15		13
16		14
17		15
18		
19		
20		

Ilustración 3

	A	B	C
1	k	Pr [X = k]	
2		=DISTR.BINOM(A2;15;1/3;0)	
3		1	
4		2	

Ilustración 4

	A	B
1	k	Pr [X = k]
2	0	0,0022837
3	1	0,0171274
4	2	0,0599460
5	3	0,1298831
6	4	0,1948246
7	5	0,2143071
8	6	0,1785892
9	7	0,1148074
10	8	0,0574037
11	9	0,0223237
12	10	0,0066971
13	11	0,0015221
14	12	0,0002537
15	13	0,0000293
16	14	0,0000021
17	15	0,0000001
18		

Ilustración 5

Ilustración 6

Ilustración 7

Ilustración 8

2.2. Distribución de Poisson

Una variable con distribución de Poisson puede tomar cualquier valor entero positivo. Eso sí: siempre se puede elegir una cota de forma que sea irrisoria la probabilidad de que la variable tome valores mayores que la cota. Por ejemplo, sea X una $P(3)$ y supongamos que nos interesan probabilidades con precisión de millonésima. Escribese una secuencia de números enteros, y obténganse las probabilidades de cada número (con la función POISSON y su argumento Acumulado igual a cero, así como las probabilidades acumuladas (es decir, la función de distribución, con la función POISSON y su argumento Acumulado igual a uno). Modifíquese el formato de las celdas para obtener seis decimales. Véase la ilustración 9. Se comprueba que la probabilidad de que X tome valores mayores que 16 es menor que una millonésima. Así que se procede como en el caso binomial, pero considerando los valores de 0 a 16.

Ilustración 9

3. Distribuciones continuas

DISTR.NORM ($x;\mu;\sigma;0$)	Densidad $f_X(x)$, $X \rightarrow N(\mu;\sigma)$
DISTR.GAMMA ($x;\alpha;\beta;0$)	Densidad $f_X(x)$, $X \rightarrow \gamma(\alpha;1/\beta)$
DISTR.EXP ($x;\lambda;0$)	Densidad $f_X(x)$, $X \rightarrow \text{Exp}(\lambda)$
DIST.WEIBULL ($x;\alpha;\beta;0$)	Densidad $f_X(x)$, $X \rightarrow W(\alpha;\beta)$

Una distribución continua toma valores en todo un intervalo, por lo que hay que escoger una "granularidad" o "resolución" adecuada para la representación gráfica. Veamos un ejemplo con la distribución de Weibull.

Sea X una $W(5,2;8)$. Sabemos que X toma sólo valores positivos; calculemos unos cuantos valores de la densidad para comprobar hasta dónde tenemos que dibujar (ilustración 10). Bastaría considerar hasta el doce o trece. La representación adecuada es un gráfico de líneas, de áreas o de dispersión; la altura de la densidad se calcula utilizando la fórmula DIST.WEIBULL con el argumento *Acumulado* igual a cero. Si el gráfico parece demasiado basto (ilustración 11) conviene aumentar la granularidad. Por ejemplo, vamos a calcular las densidades cada décima.

	A	B	C
1	x	f(x)	
2		0	0,000000
3		1	0,000105
4		2	0,001923
5		3	0,010500
6		4	0,034417
7		5	0,082777
8		6	0,155193
9		7	0,225146
10		8	0,239122
11		9	0,168456
12		10	0,068247
13		11	0,013149
14		12	0,000946
15		13	0,000019
16		14	0,000000
17		15	0,000000
18		16	0,000000
19		17	0,000000
20		18	=DIST.WEIBULL(A20;5,2;8;0)

Ilustración 10

Ilustración 11

En A2 (por ejemplo) situamos un cero, que incrementamos una décima mediante una fórmula en A3 (ilustración). Arrastramos la fórmula hasta superar el valor 13 (por ejemplo, hasta la fila 140 como en la ilustración). Volvemos a calcular las densidades con DIST.WEIBULL (ilustración) y a realizar el gráfico (ilustración). Se aprecia que la curva es más suave que en el dibujo anterior.

	A	B
1	x	f(x)
2	0	0,000000
3	=A2+0,1	
4		

Ilustración 12

	A	B
1	x	f(x)
2	0	0,000000
3	0,1	
4	0,2	
5	0,3	
138	13,6	
139	13,7	
140	13,8	
141		

Ilustración 13

	A	B
1	x	f(x)
2	0	0,000000
3	0,1	0,000000
4	0,2	0,000000
5	0,3	0,000001
138	13,6	0,000001
139	13,7	0,000000
140	13,8	0,000000
141		

Ilustración 14

Ilustración 15

4. Ejercicios

- 1) Representa gráficamente las siguientes distribuciones:
 - a) $N(0; 1)$
 - b) $N(-1000; 100)$
 - c) $\text{Exp}(1/5)$
 - d) $\gamma(p=2; a=10)$
 - e) $\gamma(p=10; a=2)$
 - f) Weibull (85; 0,2)
- 2) Calcula la altura de la barra correspondiente al 3 a la hora de representar una distribución de Poisson de media 8.
- 3) Calcula la altura de la curva de densidad correspondiente a la abscisa 5,73 a la hora de representar una distribución exponencial de parámetro 0,3.

5. Soluciones

- 2) Sea $X = P(8)$. La altura de la barra es igual a la probabilidad $\Pr [X = 3] = \text{POISSON}(3; 8; 0) = 0,028\ 626$.
- 3) Sea $X = \text{Exp}(0,3)$. La altura de la densidad $f_x(5,73) = \text{DISTR.EXP}(5,73; 0,3; 0) = 0,053\ 774$.