Las hormigas artificiales

23 de febrero de 2017

Modelo de comportamiento

- Cada hormiga sale del hormiguero.
- Elige al azar un camino a un lugar adyacente.
- La probabilidad de elección depende de la concentración de feromonas.
- Al moverse, la hormiga impregna el camino con feromonas.
- La hormiga continúa así hasta llegar a la comida.
- La hormiga vuelve al hormiguero.
- Las feromonas se van evaporando paulatinamente.

Ejercicio

- Desierto con hormiguero y comida (oasis).
- Número fijo de hormigas.
- Hormigas salen del hormiguero y se desplazan al azar.
- Los desplazamientos dependen de las concentraciones de feromonas.
- Tras llegar al oasis, regresan al hormiguero desplazándose igual.
- Tras llegar al hormiguero, buscan de nuevo el oasis.

El problema del viajante

- Parámetros
  - n: número de ciudades por visitar
  - $d(i,j)$: distancia entre ciudades i y j.
- Solución: $\sigma = (\sigma_1, \ldots, \sigma_n)$ permutación
- Objetivo:

$$\min_{\sigma} \left[\sum_{i=1}^{n-1} d(\sigma_i, \sigma_{i+1}) + d(\sigma_n, \sigma_1) \right]$$

Algoritmo «sistema de hormigas» (1991)

- memoriza el camino parcial (no regresa)
- se depositan las feromonas tras definir una solución (no a cada paso)
- la velocidad de la hormiga no es constante (va nodo a nodo, independientemente de la distancia entre ellos)
- hormigas no ciegas (atraídas por nodos cercanos)

Algoritmo «sistema de hormigas» (1991)

- probabilidad de que la hormiga k situada en i se vaya a j:

$$p_{ij}^k(t) = \frac{\tau_{ij}(t)^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta}{\sum_{l \in V_i^k} \tau_{il}(t)^\alpha \cdot \eta_{il}^\beta}$$

donde

  - η_{ij}: visibilidad de la hormiga (p.ej. $\eta_{ij} = d(i,j)^{-1}$)
  - α y β: parámetros que regulan las influencias de feromonas y visibilidad
  - V_i^k: vecindario (ciudades aún no visitadas por k cuando está en i)

Algoritmo «sistema de hormigas» (1991)

- puesta al día de las feromonas
  - cada hormiga k deposita Δ_{ij}^{k} feromonas sobre los arcos (i, j) que ha impregnado
  - Δ_{ij}^{k} es proporcional a la calidad de la solución; p.ej.

$$\Delta_{ij}^{k} = \begin{cases} 1 : L^{k} & \text{si } (i,j) \text{ recorrido por } k \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

    donde L^{k} es la longitud del recorrido de k
  - actualización de las concentraciones:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\,\tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^{m} \Delta_{ij}^{k}$$

    donde ρ es parámetro de evaporación y m es número de hormigas

Algoritmo «sistema de hormigas» (1991)

- valores típicos de los parámetros

símbolo	parámetro	valores
α	influencia de feromonas	1
β	influencia de visibilidad	de 2 a 5
rho	evaporación	0,5
m	número de hormigas	n

Algoritmo «sistema de hormigas» (1991)

- inicializar las feromonas $\tau_{ij} = \tau_0$
- para t desde 1 hasta $t_{\text{máx}}$
  - para cada hormiga k
    - construir un camino completo y calcular su longitud L^k
  - para cada arco (i, j)
    - poner al día las feromonas $\tau_{ij}(t)$
- devolver la mejor solución encontrada

Ejercicio

- Resolver las n reinas mediante Sistema de Hormigas.

Algoritmo «sistema de hormigas máx-mín» (1997)

- las feromonas están acotadas: $\tau_{\text{mín}} < \tau_{ij} < \tau_{\text{máx}}$
  garantiza que todo arco está siempre accesible
- actualización elitista de feromonas (acelera convergencia)

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\,\tau_{ij}(t) + \Delta_{ij}^{+}$$

  donde $\Delta_{ij}^{+} = 1 : L^{+}$ si (i,j) forma parte del camino construido por la mejor hormiga
- valor típico: $\rho = 0{,}02$

Algoritmo «sistema de colonias de hormigas» (1997)

- elección de la ciudad siguiente j:
  - con probabilidad q (explotación)

$$j = \arg\max_{l \in V_i^k} \tau_{il}\, \eta_{il}^{\beta}$$

  - con probabilidad $1 - q$ (exploración)

$$\Pr[j \mid i, k] = p_{ij}^k = \frac{\tau_{ij}(t)\, \eta_{ij}^{\beta}}{\sum_{l \in V_i^k} \tau_{il}(t)\, \eta_{il}^{\beta}}$$

  - típicamente $q = 0{,}9$

Algoritmo «sistema de colonias de hormigas» (1997)

- evaporación de feromonas:
  - elitista; si (i, j) en camino de mejor hormiga,

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\,\tau_{ij}(t) + \frac{\rho}{L^+}$$

  - resto de arcos: no se actualizan
    (sólo n actualizaciones; antes, n^2)
  - evaporación local, a cada paso de hormiga:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\xi)\,\tau_{ij}(t) + \xi\,\tau_0$$

    cuantas más hormigas pasan, más volvemos a τ_0;
    no interesa que muchas pasen por el mejor (diversidad)
  - típicamente $\rho = \xi = 0{,}1$

Algoritmo «sistema de colonias de hormigas» (1997)

- *búsqueda local*
- sólo 10 hormigas

Ejercicios

- Resolver las n reinas mediante Sistema de Hormigas Mín-Máx.
- Resolver las n reinas mediante Sistema de Colonias de Hormigas.