

Análisis de Datos 2

Búsqueda tabú

Problema de la asignación cuadrática

- n objetos; f_{ij} flujo entre objetos i y j
- n lugares; d_{rs} distancia entre lugares r y s
- Hallar permutación $p=(p_i)_i$ que minimiza

$$\sum_{i:=1}^n \sum_{j:=1}^n f_{i,j} \cdot d_{p(i),p(j)}$$

Aplicaciones

Problema	Flujo
Ubicación de edificios de servicios	Frecuencia de desplazamientos
Asignación de puertas de embarque	Nº personas que deben desplazarse
Situar módulos en circuito electrónico	Nº conexiones entre módulos
Reparto de ficheros en banco de datos	Probabilidad de acceder a un 2º fichero habiendo accedido a un 1 ^{er} fichero
Teclas en un teclado	Probabilidad de sucesión de dos letras

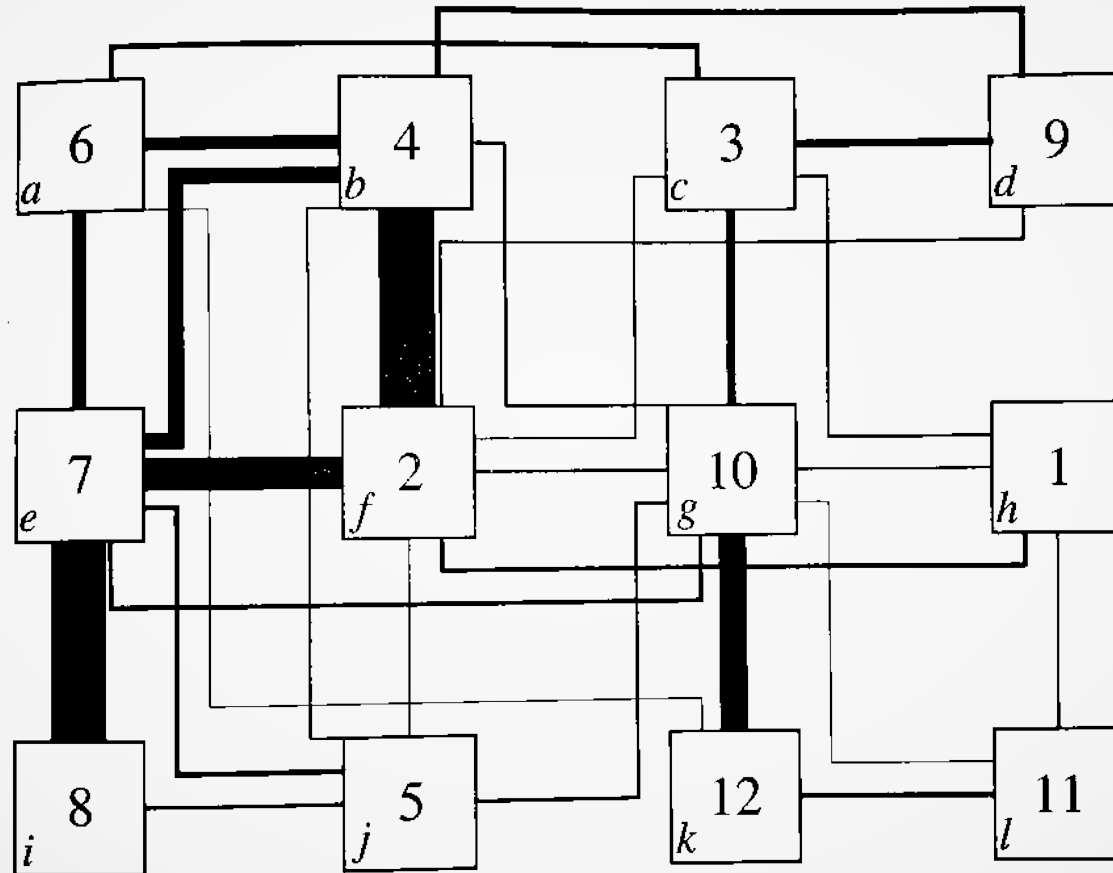
Ejemplo

- SCR12
- 12 módulos electrónicos
- 12 emplazamientos (a, b, ..., l)
- Datos:
 - número de conexiones entre módulos
 - distancias de Manhattan

Nº de conexiones

Module	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	—	180	120	—	—	—	—	—	—	104	112	—
2	180	—	96	2445	78	—	1395	—	120	135	—	—
3	120	96	—	—	—	221	—	—	315	390	—	—
4	—	2445	—	—	108	570	750	—	234	—	—	140
5	—	78	—	108	—	—	225	135	—	156	—	—
6	—	—	221	570	—	—	615	—	—	—	—	45
7	—	1395	—	750	225	615	—	2400	—	187	—	—
8	—	—	—	—	135	—	2400	—	—	—	—	—
9	—	120	315	234	—	—	—	—	—	—	—	—
10	104	135	390	—	156	—	187	—	—	—	36	1200
11	112	—	—	—	—	—	—	—	—	36	—	225
12	—	—	—	140	—	45	—	—	—	1200	225	—

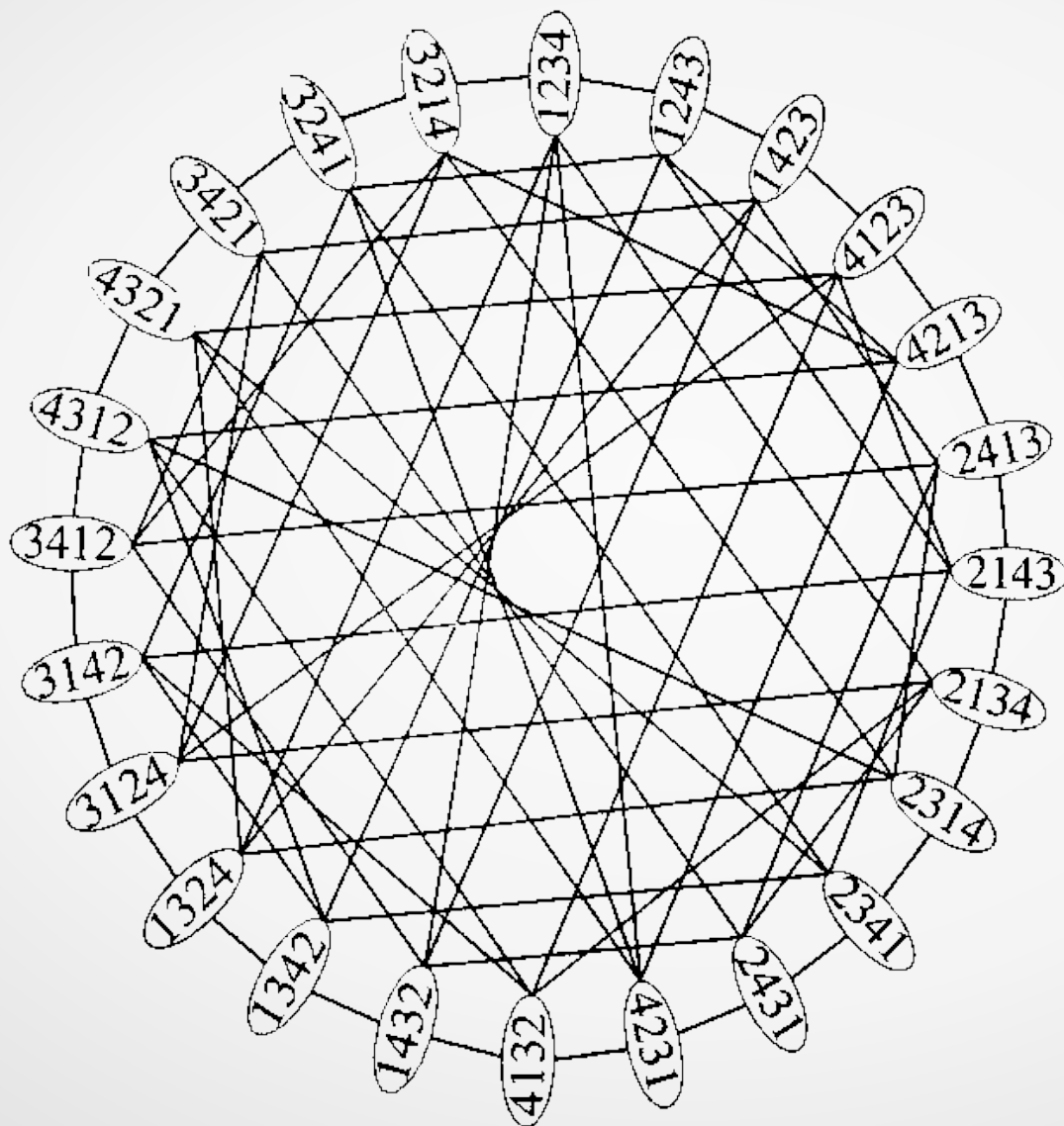
Solución óptima



Formulación

- $\text{Min } \{ f(s) \mid s \text{ en } S \}$
- $N(s) := \text{vecindario de } s \text{ en } S$
- s permutación $\rightarrow N(s) = \text{intercambios de 2 locus de } s \text{ (trasposiciones; conjunto } M)$
- $S = (1 \ 2 \ \underline{3} \ 4 \ 5 \ 6 \ 9 \ \underline{7} \ 8)$
 $\rightarrow (1 \ 2 \ 7 \ 4 \ 5 \ 6 \ 9 \ 3 \ 8)$ en $N(s)$
- $|S| = n! ; |M| = n \cdot (n-1) : 2$

Vecindario



Otros vecindarios

- Inversión: trasponer sólo locus sucesivos

$(1\ 2\ 3\ \underline{4\ 5}\ 6\ 9\ 7\ 8) \rightarrow (1\ 2\ 3\ 5\ 4\ 6\ 9\ 7\ 8)$

$|M| = n - 1$ (demasiado restringido)

- Desplazamiento: mover un locus

$(1\ 2\ 3\ _ \ 4\ 5\ 6\ 9\ \underline{7}\ 8) \rightarrow (1\ 2\ 3\ 7\ 4\ 5\ 6\ 9\ 8)$

$|M| = n \cdot (n - 2) + 1$

el cambio puede resultar excesivo

Evaluación del vecindario

- $$\begin{aligned} \Delta (P, (i j)) = & (f_{ii} - f_{jj}) (d_{p(j)p(j)} - d_{p(i)p(i)}) + \\ & + (f_{ij} - f_{ji}) (d_{p(j)p(i)} - d_{p(i)p(j)}) + \\ & + \sum_{k \neq i, j} [(f_{jk} - f_{ik}) (d_{p(i)p(k)} - d_{p(j)p(k)}) + \\ & + (f_{kj} - f_{ki}) (d_{p(k)p(i)} - d_{p(k)p(j)})] \end{aligned}$$

Evaluación del vecindario

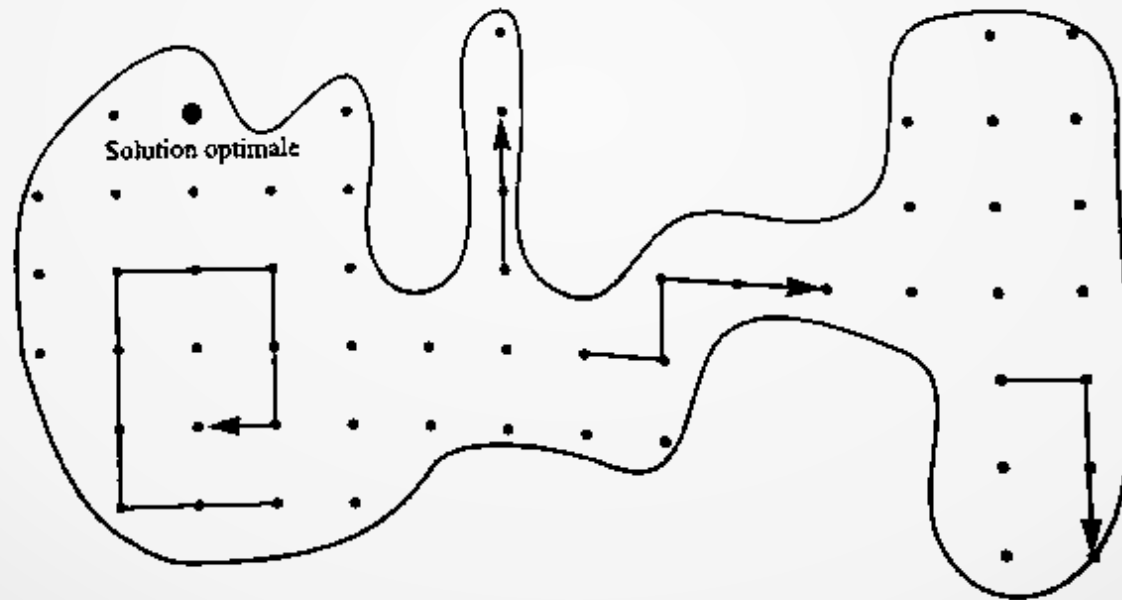
- $P + (i \leftrightarrow j)$ rechazado; $Q = P + (r \leftrightarrow s)$ aceptado
- $\Delta(Q, (i j)) = \Delta(P, (i j)) +$
 $+ (f_{ri} - f_{rj} + f_{sj} - f_{si}) (d_{q(s)q(i)} - d_{q(s)q(j)} + d_{q(r)q(j)} - d_{q(r)q(i)})$
 $+ (f_{ir} - f_{jr} + f_{js} - f_{is}) (d_{q(i)q(s)} - d_{q(j)q(s)} + d_{q(j)q(r)} - d_{q(i)q(r)})$
- Memo(r)izar para todos i y j
los valores de $\Delta(P, (i j))$

Limitación del vecindario

- Elegir vecinos aleatoriamente
- Partir vecindario y usar sólo un subconjunto en cada iteración
- **Lista de movimientos candidatos** (F. Glover):
 - Hipótesis: un movimiento de buena calidad para una solución será bueno también para soluciones similares
 - Ordenar movimientos realizables por calidad
 - Reevaluar periódicamente la lista

Memoria a corto plazo

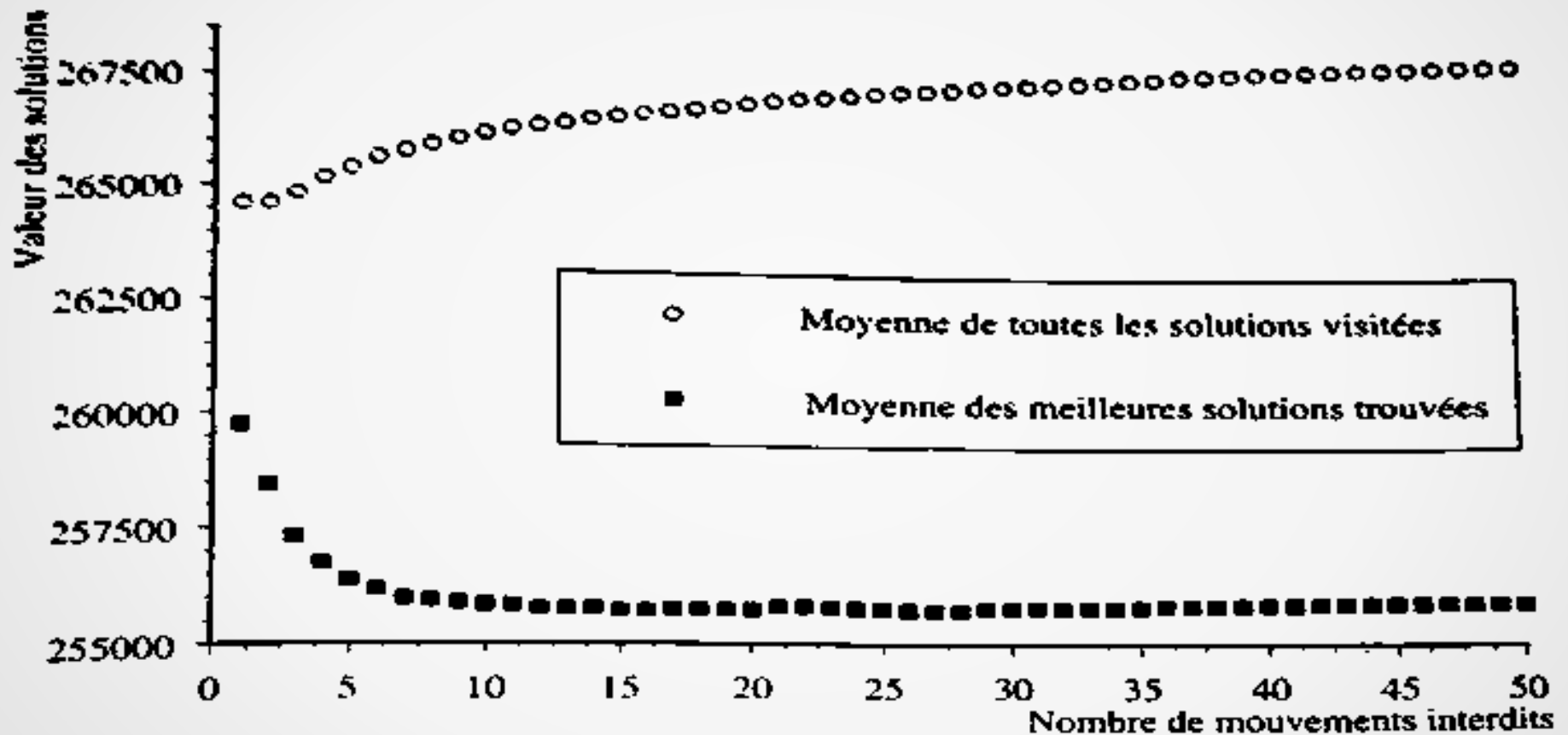
- Una solución vecina ¿ha sido visitada ya?
- Ojo con los bloqueos



Memoria a corto plazo

- Impedir usar un movimiento usado en las últimas t iteraciones:
 - $T = [t_{ij}] \leftarrow 0$ inicialmente
 - $T = [t_{ij}] \leftarrow k + t$ si ij usado en iteración k
 - Si $k < t_{ij}$ entonces ij no puede usarse en iter. k
- Impedir regreso a soluciones visitadas:
 - Sea movimiento ij usado en iteración k
 - Sea i en posición p_i y j en posición p_j
 - $t_{ipi} \leftarrow t_{jpi} \leftarrow k + t$

Duración de las prohibiciones



Asignación cuadrática

- Soluciones = permutaciones de orden n
- Movimiento = trasposición
- Mov. inverso de $(i \leftrightarrow j) =$
Situación de nuevo “ i ” en “ p_i ” y “ j ” en “ p_j ”
- “ t ” aleatorio uniforme entre $[0'9 \cdot n]$ y $[1'1 \cdot n + 4]$
- Matriz $T = [t_{ir}]_r =$ plazo tabú = n° última iteración en la cual “ i ” se movió desde “ r ”, más “ t ”
- $(i \leftrightarrow j)$ prohibido si n° iteración $< t_{i p(j)}, t_{j p(i)}$

NUG5: Ejemplo de orden 5

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 2 & 4 & 1 \\ 5 & 0 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Duración de prohibición: fija, $t=5$

Iteración 0

- Solución inicial
 $P = (5\ 4\ 3\ 2\ 1)$
- Antiadaptación = 64

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Iteración 1

- Calcular $\Delta (P, i \leftrightarrow j)$

$i - j$	12	13	14	15	23	24	25	34	35	45
costo	-4	-4	16	4	2	14	16	0	14	2

- $P = (4 \ 5 \ 3 \ 2 \ 1)$

- Antiadapt = 60

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Iteración 2

- $i-j$ 12 13 14 15 **23** 24 25 34 35 45
- costo 4 10 22 12 -8 12 12 0 14 2
- puede NO

- $P = (4 \ 3 \ 5 \ 2 \ 1)$

- Antiadap = 52

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Iteración 3

- $i-j$ 12 13 14 15 23 **24** 25 34 35 45
- costo 8 14 22 8 8 0 24 20 10 10
- puede NO

- $P = (4 \ 2 \ 5 \ 3 \ 1)$

- Antiadap = 52

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 8 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Iteración 4

- $i-j$ 12 13 14 15 23 24 25 34 35 45
- costo 8 14 22 8 8 0 24 20 10 10
- puede NO

- $P = (2 \ 4 \ 5 \ 3 \ 1)$

- Antiadap = 60

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 9 & 6 \\ 0 & 9 & 8 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Iteración 5

- $i-j$ 12 13 14 15 23 24 25 34 35 45
- costo -8 4 0 12 10 14 12 20 10 -10
- puede NO

- $P = (2\ 4\ 5\ 1\ 3)$
- $\text{Antiadapt} = 50$

Criterios de aspiración

- Una solución prohibida puede ser mejor que todas las visitadas recientemente
- Modificar su estado tabú (aspiración)

Memoria a largo plazo

- L_{ij} = frecuencia de movimiento ij o atributo ij
- Penalizar movimientos o atributos frecuentes
 - A igual adaptación, elegir el menos frecuente
 - Umbrales de frecuencias
 - Reducir la adaptación proporcionalmente a la frecuencia (beneficioso además si la adaptación toma pocos valores, para desempatar)

Bibliografía

- Siarry 2014. Métaheuristiques. Ed. Eyrolles